МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

# ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

ИЗДАНИЕ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Журнал издается с января 1958 г.

TOM 56

## MAPT 2013

Nº 3

## СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ	
Сеньченков В. И. Решающие правила в алгоритмах определения технического со-	
стояния системы	5
Попов Р. И. Высокоуровневый синтез цифровых схем с использованием инфра- структуры LLVM	11
<b>Лысенко И. В., Птушкин А. И., Соколов Б. В.</b> Методика синтеза комплекта ЗИП на основе динамического программирования	16
<b>Ткалич В. Л., Лабковская Р. Я., Пирожникова О. И.</b> Разработка библиотеки ко- нечных элементов для САПР упругих конструкций герконов	21
ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ	
Арсеньев В. Н., Кохановский А. Г., Фадеев А. С. Математическая модель связи изохронных вариаций переменных состояния системы управления с возмущениями параметров ее составных частей	25
Фуртат И. Б. Адаптивное управление неминимально-фазовыми нелинейными объектами	30
ПРИБОРЫ ТОЧНОЙ МЕХАНИКИ	
Ефремов Л. В., Кумова Ж. В. Метрологическая оценка надежности мерительного инструмента учебного и научного назначения	38
Куликов В. А., Куликов А. В. Цена деления и разрешающая способность шкалы	44
ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА	
Коршунов А. И. Повышение качества стабилизации выходного напряжения им- пульсного преобразователя постоянного тока	48
Сандовский В. А., Файншмидт Е. М. Исследование магнитной проницаемости стальных образцов в однородном переменном поле при упругой деформации на	
растяжение	58
ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ	
Лобачев В. В. Оценка эффективности высокоэнергетического лазера-усилителя	65
Гарютин И.А. Формирование критерия подобия цветовых характеристик газораз-	
рядных металлогалогенных ламп	71
<b>Белов Н. П., Грисимов В. Н., Смирнов Ю. Ю., Шерстобитова А. С., Яськов А. Д.</b> Колориметрический датчик на основе трехэлементного RGB-фотодиода	76

Зрюмов Е. А., Пронин С. П. Анализ частотно-контрастной характеристики видео- системы на основе ПЗС-фотоприемника при вибрации тест-объекта	81
Вейко В. П., Самохвалов А. А. Лазерная очистка растрированных валов со спек-	
тральным контролем	86
ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ И НАДЕЖНОСТЬ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ	
Ходунков В. П. Определение теплопроводности электропроводных материалов ме-	
тодами радиационной термометрии	93
Кораблев В. А., Минкин Д. А., Савинцева Л. А., Шарков А. В. Исследование мощ-	
ности тепловыделений в элементах электронной и оптоэлектронной техники	98
ИНФОРМАЦИЯ	101
SUMMARY (перевод Ю. И. Копилевича)	102

## CONTENTS

#### INFORMATION TECHNOLOGIES AND SYSTEMS

Senchenkov V. I. Decision Rules in Algorithms for System Technical State Determination	5			
Popov R. I. High-Level Synthesis of Digital Systems with the Use of LLVM Infrastructure				
Lysenko I. V., Ptushkin A. I., Sokolov B. V. Spare Set Synthesis Technique Based on				
Dynamic Programming	16			
<b>Tkalich V. L., Labkovskaya R. Ya., Pirozhnikova O. I.</b> Development of Finite Elements Library for Computer-Aided Design of Reed Switch Elastic Structures	21			
DEVICES AND SYSTEMS OF AUTOMATIC CONTROL				
Arsenev V. N., Kokhanovsky A. G., Fadeev A. S. Mathematical Model of Relation Be- tween Isochronic Variations of Control System State Characteristics and Its Compo- nents Perturbations Parameters	25			
Furtat I. B. Adaptive Control Over Non-Minimum Phase Nonlinear Objects	30			
<b>Efremov I. V. Kumova 7b. V.</b> Matrological Assassment of Poliability of Massuring				
Tool for Educational and Scientific Purposes	38			
Kulikov V. A., Kulikov A. V. Scale Division and Resolving Capacity of the Scale	44			
ELECTRONIC AND ELECTROMAGNETIC DEVICES				
Korshunov A. I. Improvement in Stabilization of Output Voltage of Pulsed DC Converter.	48			
Sandovsky V. A., Fainshmidt E. M. Study of Magnetic Permeability of Steel Specimens in Uniform Alternating Field under Tensile Elastic Deformation	58			
OPTICAL AND OPTO-ELECTRONIC INSTRUMENTS AND SYSTEMS				
<b>Lobachev V. V.</b> Evaluation of Effectiveness of High-Power Laser Amplifier	65			
Gariutin I. A. Development of a Similarity Criterion for Color Characteristics of Gas Dis- charge Metal-Halide Lamps	71			
Belov N. P., Grisimov V. N., Smirnov Yu. Yu., Sherstobitova A. S., Yaskov A. D. Colori- metric Detector Based on Three-Element RGB-Photodiode	76			
Zryumov E. A., Pronin S. P. Analysis of the Contrast Transfer Function of a Video System with CCD Photoreceiver under Test-Object Vibration	81			
Veiko V. P., Samokhvalov A. A. Laser Cleaning of Metering Rollers under Spectroscopic Control	86			

#### HEAT REGIMES AND RELIABILITY OF INSTRUMENTS AND SYSTEMS

<b>Hodunkov V. P.</b> Thermal Conductivity Determination of Electroconductive Materials by the Radiation Thermometry Methods				
Korablev V. A., Minkin D. A., Savintseva L. A., Sharkov A. V. Study of Heat Genera- tion Power in the Elements of Electronic and Opto-Electronic Technique	98			
INFORMATION	101			
SUMMARY	102			

Editor-in-Chief E. B. Yakovlev

# ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ

УДК 681.326

#### В. И. СЕНЬЧЕНКОВ

#### РЕШАЮЩИЕ ПРАВИЛА В АЛГОРИТМАХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ

Рассматриваются вопросы формирования решающих правил при построении алгоритмов определения технического состояния системы как комбинационным, так и последовательным методом. Указанные методы адаптированы применительно к задачам контроля функционирования и контроля работоспособности системы, а также поиска отказов. Особое внимание уделяется корректному учету временного сопоставления событий при формировании решающих правил контроля функционирования.

**Ключевые слова:** техническое состояние, траектория, решающее правило, контроль функционирования, распознавание, проверка.

**Введение.** Основу математической модели контроля и диагностирования системы составляют:

— вектор траекторий выходных переменных, зарегистрированных в контрольных точках (выходной процесс системы),

$$\widetilde{\mathbf{Y}} = (\widetilde{\mathbf{y}}_1, \widetilde{\mathbf{y}}_2, \dots, \widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{y}_1})^T; \tag{1}$$

— вектор контролируемых признаков (наблюдаемое состояние системы)

$$\mathbf{A} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T;$$
(2)

- совокупность изображений

$$\mathbf{E}_{i} = (e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{in})^{T}, \ i = \overline{0, m},$$
(3)

видов технического состояния системы. Кроме того, в основу модели положена также последовательность логических условий и переходов, относящих наблюдаемое состояние системы к тому или иному виду технического состояния (т.е. алгоритм определения технического состояния).

В работе [1] изложен подход к формированию вектора контролируемых признаков (2) путем представления траекторий выходного процесса (1) измеримыми по Лебегу функциями и их последующей обработки на основе свойств пространства  $L_2$  (пространство измеримых функций, квадратично интегрируемых по Лебегу). Указанный подход позволяет ввести менее жесткие ограничения на траектории по сравнению с предлагаемыми в работах [2—5 и др.], что значительно расширяет возможности варьирования глубины контроля и диагностирования.

Под изображением (3) понимается формальное представление вида технического состояния системы как составной части модели ее контроля и диагностирования. Способы построения изображений на основе обучения и применения минимального множества контролируемых признаков изложены в работах [6, 7]. Координата  $e_{ij}$ ,  $i = \overline{0,m}$ ,  $j = \overline{1,n}$ , векторов (3) — есть модельное (типовое) значение *j*-го контролируемого признака  $y_j$  в *i*-м виде технического состояния системы. Основу алгоритмов определения технического состояния системы представляют решающие правила, с помощью которых выявляется степень сходства наблюдаемого состояния (2) с изображениями (3). Принципы формирования указанных правил и рассматриваются в настоящей статье. Их построение осуществляется в соответствии с предложенными в работах [1, 6, 7] подходами к обработке траекторий выходных процессов системы и построению изображений видов технического состояния.

Решающее правило реализуется путем выполнения проверок  $\pi_j \in \Pi$  контролируемых признаков  $y_j$ ,  $j = \overline{1,n}$ . Под проверкой в дальнейшем понимается совокупность действий по сопоставлению значений  $e_{ij}$  и  $y_j$ , а также установлению их практической неразличимости в заданных условиях или, наоборот, их существенного различия.

В теории контроля и диагностирования рассматриваются два основных метода распознавания технических состояний — комбинационный и последовательный [3, 4]. При комбинационном распознавании решение о текущем техническом состоянии принимается на основе анализа результатов всех проверок из заданного множества П, которые могут быть выполнены в произвольном порядке. При последовательном распознавании соблюдается некоторая очередность выполнения проверок. Решающие правила как при комбинационном, так и при последовательном распознавании следует формировать с учетом специфики конкретных задач — контроля функционирования, контроля работоспособности и поиска отказов. Поэтому в настоящей статье построение данных правил при комбинационном и последовательном распознавании рассматривается отдельно для каждой задачи.

Формирование решающих правил при комбинационном методе распознавания. В моделях процесса контроля функционирования множества наблюдаемых состояний разбиваются на виды технического состояния, соответствующие режимам нормальной работы системы и состоянию неправильного функционирования. Смена режимов работы производится в опорные моменты времени  $t_i^*$ ,  $i = \overline{1, m}$ , в течение которых состояния системы изменяются скачком. Соответственно скачком изменяются и траектории выходных процессов или, по крайней мере, некоторые из них. Математически скачки траекторий можно интерпретировать как разрывы первого рода функциональных зависимостей [8]. Между опорными моментами  $t_i^*$  и  $t_{i+1}^*$  система находится в *i*-м режиме функционирования. При этом ее состояния изменяются непрерывно или также могут претерпевать скачки. Соответствующим образом изменяются и траектории. Даже при счетном множестве разрывов траектории являются измеримыми по Лебегу функциями, а следовательно, для их дальнейшей обработки и представления конечномерным вектором контролируемых признаков (2) может быть применен подход, предложенный в работе [1].

Пусть на множестве векторов вида (2) и (3) задана структура *n*-мерного евклидова пространства Y. Тогда в качестве составной части решающего правила необходимо включить проверку соответствия наблюдаемого состояния (2) одному из изображений (3) по общеизвестному критерию минимума метрического различия в *n*-мерном евклидовом пространстве:

$$\mathbf{Y} \in \mathbf{Y}^{i},$$
если  $d(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_{i}) = \min_{k=0,m} \left\{ d(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_{k}) \right\}, i = \overline{0, m},$ (4)

где Y<sup>*i*</sup> — область в пространстве Y (Y<sup>*i*</sup>  $\subset$  Y), соответствующая *i*-му виду технического состояния системы;  $d(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (g_j(\mathbf{Y}) - e_{ij})^2}$  — расстояние в пространстве Y между изобра-

жением **E**<sub>*i*</sub> и *G*-преобразованным наблюдаемым состоянием **Y** (процедура *G*-преобразования изложена в работах [6, 7]); **E**<sub>0</sub> — изображение вида технического состояния "неправильное функционирование"; **E**<sub>*i*</sub>,  $i = \overline{1, m}$ , **E**<sub>*k*</sub>,  $k = \overline{1, m}$ , — изображения режимов правильного функционирования.

Если

$$\min_{k=0,m} \left\{ d(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_k) \right\} = d(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_0),$$
(5)

принимается решение о неправильном функционировании системы.

В выражениях (4) и (5) не учитывается временная расстановка событий. Для ее учета необходимо сопоставить временной интервал  $[t_i^*; t_{i+1}^*)$  для *i*-го режима функционирования с множеством  $T_{ij}$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, v}$ , моментов времени реального наблюдения *j*-й траектории в *i*-м виде технического состояния. Указанные множества должны совпадать с допустимой погрешностью  $\delta^i$  программной отработки режимов правильного функционирования системы:

$$\bigcap_{j=1}^{\mathcal{V}} \left( T_{ij} \Delta[t_i^*; t_{i+1}^*) \le \delta^i \right), \tag{6}$$

где  $\delta^i \in \mathbb{R}^+$ ,  $\mathbb{R}^+$  — множество положительных вещественных чисел;  $\Delta$  — операция симметрической разности множеств.

Если

$$\exists k \in \left\{ i \mid i = \overline{1, m} \right\} \colon T_{kj} \Delta[t_k^*; t_{k+1}^*] > \delta^k , \qquad (7)$$

то имеет место отклонение *k*-го режима функционирования системы от заданного временного интервала его отработки на величину, превышающую допустимое значение.

Если

$$\exists l \in \left\{ j \mid j = \overline{1, \nu} \right\} \colon T_{il} \Delta[t_i^*; t_{i+1}^*) > \delta^i, \qquad (8)$$

то *l*-я траектория, в результате преобразования которой получен контролируемый признак  $y_{j}$ ,  $j = \overline{1,n}$ , в *i*-м режиме функционирования отклоняется от заданного временного интервала на величину, превышающую допустимое значение.

При выполнении неравенства (7) или (8) принимается решение о том, что система функционирует неправильно.

Кроме того, величина  $d(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_i)$  не должна превышать среднего расстояния между всеми изображениями режимов правильного функционирования системы:

$$d(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_i) \leq \frac{1}{m} \sum_{\substack{p, f=1, m \\ p \neq f}} d(\mathbf{E}_p, \mathbf{E}_f), \ i = \overline{1, m}.$$
(9)

Только при выполнении условия (9) наблюдаемое состояние **Y** будет находиться в пределах одной из областей  $Y^i \subset Y$ ,  $i = \overline{1, m}$ , в противном случае оно будет в области  $Y^0 \subset Y$  неправильного функционирования.

Согласно выражениям (4)—(9) решающее правило при контроле функционирования принимает следующий вид:

$$\mathbf{Y} \in \mathbf{Y}^{i}, \ i = \overline{1, m}, \ \text{если} \begin{cases} d(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_{i}) = \min_{k=1, m} \left\{ d(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_{k}) \right\}; \\ \bigcap_{j=1}^{\nu} \left( T_{ij} \Delta[t_{i}^{*}; t_{i+1}^{*}) \le \delta^{i} \right); \\ d(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_{i}) \le \frac{1}{m} \sum_{\substack{p, f = 1, m \\ p \neq f}} d(\mathbf{E}_{p}, \mathbf{E}_{f}); \end{cases}$$
(10)

$$\mathbf{Y} \in \mathbf{Y}^{0}, \text{ если} \begin{cases} \min_{k=0,m} \left\{ d(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_{k}) \right\} = d(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_{0}) \\ \text{или} \\ \exists k \in \left\{ i \mid i = \overline{1,m} \right\} : \ T_{kj} \Delta[t_{k}^{*}; t_{k+1}^{*}] > \delta^{k}, \\ \text{или} \\ \exists l \in \left\{ j \mid j = \overline{1,v} \right\} : \ T_{il} \Delta[t_{i}^{*}; t_{i+1}^{*}] > \delta^{i}, \\ \text{или} \\ d(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_{i}) > \frac{1}{m} \sum_{\substack{p, f = 1, m \\ p \neq f}} d(\mathbf{E}_{p}, \mathbf{E}_{f}). \end{cases}$$
(11)

В моделях процессов контроля работоспособности и поиска отказов множество E содержит m+1 изображений видов технического состояния, т.е.  $E = \{\mathbf{E}_i \mid i = \overline{0,m}\}$ , где  $\mathbf{E}_0$  соответствует работоспособному состоянию, а  $\mathbf{E}_i$ ,  $i = \overline{1,m}$ , — неработоспособным состояниям, каждое из которых вызвано отказом одного функционального элемента. С точностью до таких элементов и определяется место отказа.

Проверка работоспособности и поиск отказов системы производится по значениям контролируемых признаков, измеренным в фиксированный момент времени. Поэтому в данном случае время перестает быть информативным признаком и должно быть исключено из решающего правила, которое принимает следующий вид:

$$\mathbf{Y} \in \mathbf{Y}^{i},$$
если  $d(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_{i}) = \min_{f=\overline{0,m}} \left\{ d(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_{f}) \right\}, i = \overline{0,m}.$  (12)

Оптимизация процесса принятия решений о виде технического состояния системы по какому-либо критерию на основе правил (10)—(12) крайне затруднена. Это связано с тем, что решения принимаются на основе анализа результатов проверок всех контролируемых признаков. От указанного недостатка свободен последовательный метод распознавания.

**Формирование решающих правил при последовательном методе распознавания.** При последовательном распознавании проверки контролируемых признаков выполняются не одновременно, а в некоторой последовательности, причем для принятия решения о виде технического состояния системы могут быть выполнены не все проверки из заданного множества. Поэтому решающее правило в данном случае необходимо формировать по результатам выполнения каждой отдельной проверки  $\pi_j$ , имеющей некоторое конечное число исходов  $\pi^{r_{ij}}$  ( $r_{ij} = \overline{1,\omega_j}$ ,  $\omega_j \in \mathbb{N}$ , где  $\mathbb{N}$  — множество натуральных чисел). Под исходом проверки  $\pi_j$  для *i*-го вида технического состояния системы в дальнейшем понимается событие, при котором измеренное значение *j*-го контролируемого признака находится в интервале [ $y_{ij}^{H}$ ; $y_{ij}^{B}$ ], где  $y_{ij}^{H}$  и  $y_{ij}^{B}$ ,  $i = \overline{0,m}$ ,  $j = \overline{1,n}$ , — соответственно нижнее и верхнее предельно допустимые значения *j*-го признака в *i*-м виде технического состояния.

Решающее правило при контроле правильности функционирования системы последовательным методом строится на основе следующих рассуждений. Пусть проверка имеет *j*-й исход в *i*-м виде технического состояния системы. Тогда для идентификации *i*-го режима ее работы по *j*-му контролируемому признаку необходимо выполнение двух условий.

Первое условие. Расстояние на числовой оси между значением *j*-го контролируемого признака  $y_i$  и соответствующей координатой  $e_{ij}$  изображения  $E_i$  должно быть минимальным по

сравнению с этой же координатой  $e_{fj}$  всех других изображений, т.е. данные признаки должны иметь наибольшее сходство в геометрическом смысле:

$$|y_j - e_{ij}| = \min_{f=0,m} \{ |y_j - e_{fj}| \}, \ i = \overline{0,m}.$$
 (13)

Если

$$\min_{f=0,m} \left\{ \left| y_j - e_{fj} \right| \right\} = \left| y_j - e_{0j} \right|, \tag{14}$$

принимается решение о неправильном функционировании системы.

Выполнение равенства (13) означает, что текущее значение *j*-го контролируемого признака находится в интервале  $[y_{ij}^{H}; y_{ij}^{B}]$ . При этом необходимо выделить два случая взаимного расположения  $y_{j}$  и  $e_{ij}$ ,  $i = \overline{1,m}$ ,  $j = \overline{1,n}$ , на числовой оси. В первом из них

$$\min_{f=1,m} \left\{ e_{fj} \right\} \le y_j \le \max_{f=1,m} \left\{ e_{fj} \right\},\tag{15}$$

а во втором

$$y_j < \min_{f=1,m} \{e_{fj}\}$$
 или  $y_j > \max_{f=1,m} \{e_{fj}\}.$  (16)

В последнем случае необходимо установить ограничение на отклонение значения *y<sub>j</sub>* на числовой оси от интервала

$$\max_{\substack{p,f=1,m\\p\neq f}} \left\{ \left| e_{pj} - e_{fj} \right| \right\}.$$
(17)

В интервале (17) находятся все величины  $e_{ij}$ . Максимальное отклонение не должно превышать половины среднего расстояния между значениями координат  $e_{ij}$ , т.е. должно выполняться неравенство

$$\frac{1}{2(m-1)} \max_{\substack{p,f=1,m\\p\neq f}} \left\{ \left| e_{pj} - e_{fj} \right| \right\} \ge \begin{cases} y_j - e_{ij}, & \text{если } y_j > \max_{\substack{f=1,m\\f=1,m}} \left\{ e_{fj} \right\}; \\ \left| y_j - e_{ij} \right|, & \text{если } y_j < \min_{\substack{f=1,m\\f=1,m}} \left\{ e_{fj} \right\}. \end{cases}$$
(18)

Это обеспечивает "попадание" вектора наблюдаемого состояния **Y** по *j*-й координате в область  $\mathbf{Y}^{i}$ ,  $i = \overline{1,m}$ , соответствующую *i*-му режиму нормальной работы системы.

*Второе условие.* Кроме сопоставления контролируемого признака  $y_j$  с координатой  $e_{ij}$  в геометрическом смысле, в решающем правиле должна быть учтена и временная расстановка событий, определяемая выражением (6).

Принимается, что проверка *j*-го контролируемого признака  $y_j$ ,  $j = \overline{1,n}$ , дает положительный результат (отсутствуют его недопустимые отклонения), если выполняются условия (6), (13) и (15) или условия (6), (16) и (18). Выполнение неравенства (7) или (8) свидетельствует о неправильном функционировании системы.

Таким образом, с учетом выражений (6)—(8) и (13)—(18) решающее правило при контроле функционирования принимает следующий вид:

$$\pi_{j} = \pi^{r_{ij}}, \ i = \overline{1, m}, \ \text{если} \begin{cases} \min_{f=1, m} \left\{ e_{fj} \right\} \leq y_{j} \leq \max_{f=1, m} \left\{ e_{fj} \right\}; \\ \left| y_{j} - e_{ij} \right| = \min_{f=1, m} \left\{ \left| y_{j} - e_{fj} \right| \right\}, \\ T_{ij} \Delta[t_{i}^{*}; t_{i+1}^{*}) \leq \delta^{i} \end{cases}$$
(19)

$$\begin{split} & \left\{ \begin{array}{l} y_{j} < \min_{f=1,m} \left\{ e_{fj} \right\} \text{ или } y_{j} > \max_{f=1,m} \left\{ e_{fj} \right\}; \\ & \left\{ \frac{1}{2(m-1)} \max_{p \neq f} \left\{ |e_{pj} - e_{fj}| \right\} \geq \left\{ \begin{array}{l} y_{j} - e_{ij}, \text{ если } y_{j} > \max_{k=1,m} \left\{ e_{kj} \right\}; \\ & \left[ |y_{j} - e_{ij}|, \text{ если } y_{j} < \min_{k=1,m} \left\{ e_{kj} \right\}; \\ & T_{ij} \Delta[t_{i}^{*}; t_{i+1}^{*}] > \delta^{i}; \end{array} \right. \end{split}$$

Как указывалось выше, при контроле работоспособности и поиске отказов временная расстановка событий в решающем правиле теряет смысл, поэтому оно может быть представлено следующим образом:

$$\pi_{j} = \pi^{r_{ij}}, \ i = \overline{0, m}, \ \text{если} \quad \begin{cases} \min_{f=0,m} \{e_{fj}\} \le y_{j} \le \max_{f=0,m} \{e_{fj}\}; \\ |y_{j} - e_{ij}| = \min_{f=0,m} \{|y_{j} - e_{fj}|\} \end{cases}$$
(23)  
$$\begin{cases} y_{j} < \min_{f=0,m} \{e_{fj}\} \text{ или } y_{j} > \max_{f=0,m} \{e_{fj}\}; \\ \frac{1}{2(m-1)} \max_{\substack{p,f=0,m\\p \neq f}} \{|e_{pj} - e_{fj}|\} < \begin{cases} y_{j} - e_{ij}, \ \text{если} \ y_{j} > \max_{k=0,m} \{e_{kj}\}; \\ |y_{j} - e_{ij}|, \ \text{если} \ y_{j} < \min_{k=0,m} \{e_{kj}\}. \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$
(24)

или

$$\frac{1}{2(-1)}$$

Заключение. Решающие правила (19)—(24) являются основой для построения алгоритмов определения технического состояния системы, которые могут подвергаться оптимизации по различным критериям. Выбор критерия зависит от конкретных целей исследования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Сеньченков В. И. Формирование множества контролируемых признаков системы на основе метрической теории и функционального анализа //Изв. вузов. Приборостроение. 2005. Т. 48, № 7. С. 3—9.
- 2. Генкин М. Д., Соколова А. Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. М.: Машиностроение, 1987. 288 с.
- 3. Дмитриев А. К., Мальцев П. А. Основы теории построения и контроля сложных систем. Л.: Энергоатомиздат, 1988. 192с.
- 4. Основы технической диагностики. Кн.1. Модели объектов, методы и алгоритмы диагноза / В. В. Карибский, П. П. Пархоменко, Е. С. Согомонян, В. В. Халчев; Под ред. П. П. Пархоменко. М.: Энергия, 1976. 464 с.
- 5. Гнедов Ю. А., Росенбаули О. Б., Шумов Ю. А. Проектирование систем контроля ракет. М.: Машиностроение, 1975. 224 с.
- 6. Сеньченков В. И. Процедура обучения при разработке моделей контроля технического состояния сложных систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2010. Т. 53, № 1. С. 3—8.
- 7. Сеньченков В. И., Абсалямов Д. Р. Формальное описание отказов и выбор минимального множества контролируемых признаков в технических системах // Авиакосмическое приборостроение. 2011. № 3. С. 36—41.
- 8. Зорич В. А. Математический анализ. М.: Наука, 1981. Ч. 1. 543 с.

#### Сведения об авторе

Валентин Иванович Сеньченков — д-р техн. наук, профессор; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра специальных технических систем космических комплексов, Санкт-Петербург; E-mail: svi9@rambler.ru

Рекомендована кафедрой специальных технических систем космических комплексов

Поступила в редакцию 27.09.12 г.

УДК 004.273

## Р. И. Попов

## ВЫСОКОУРОВНЕВЫЙ СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ СХЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФРАСТРУКТУРЫ LLVM

Представлена система высокоуровневого синтеза цифровых схем, разработанная на базе открытой компиляторной инфраструктуры LLVM и используемая при проектировании специализированной аппаратуры. Приведено описание простой программы автоматической генерации микроархитектуры вычислительных устройств на основе алгоритма на языке высокого уровня. Рассмотрены основные этапы синтеза.

**Ключевые слова:** высокоуровневый синтез, специализированные процессоры, конвейеризация вычислений, потоковые процессоры.

**Введение.** Одной из перспективных областей исследования современных средств автоматизации проектирования электронных устройств, объединяющей проблемы компьютерной архитектуры и теории компиляторов, является высокоуровневый синтез. Задача систем высокоуровневого синтеза (High-Level Synthesis — HLS) заключается в отображении поведенческой модели алгоритма, описанной на языке высокого уровня, на специализированную аппаратную архитектуру [1]. Исследования в этой области ведутся с середины 1980-х гг., но только в последние несколько лет благодаря тенденции к увеличению степени интеграции микросхем такие системы начали завоевывать реальное признание в инженерной практике.

В настоящее время существуют несколько коммерческих HLS-систем, однако для проведения серьезных исследований требуются значительные инвестиции в создание программного каркаса системы. В этой связи важно, что основные этапы синтеза совпадают с этапами компиляции, что позволяет синтезирующее средство разработать на базе компилятора с открытым исходным кодом.

В настоящей статье приведены результаты исследований по созданию такого средства на базе открытой компиляторной инфраструктуры LLVM (низкоуровневой виртуальной машины — Low-Level Virtual Machine), основанной на промежуточном представлении программы в форме с единственным статическим присваиванием. Такая форма легко преобразуется в граф потока данных и управления программой (Control and Data Flow Graph — CDFG), который используется при синтезе аппаратуры.

Основными особенностями рассматриваемой системы являются:

— использование потоковой вычислительной модели без централизованного устройства управления;

— разработка на базе открытой компиляторной инфраструктуры.

Этапы синтеза и модель представления аппаратуры. Задача высокоуровневого синтеза находится на стыке теории компиляторов и микроархитектуры вычислительных устройств. На начальных этапах синтеза осуществляются традиционные компиляторные оптимизации, после чего выполняются микроархитектурные аппаратные оптимизации и генерируется спецификация схемы на уровне регистровых пересылок. Схема, отображающая основные этапы высокоуровневого синтеза, показана на рис. 1.





Задачи синтеза, обозначенные как "Программный этап", практически полностью совпадают с задачами, решаемыми традиционным компилятором. Поэтому большинство коммерческих HLS-систем создано на базе существующих компиляторных инфраструктур, таких как Front-End C/C++ фирмы "Edison Design Group" (США).

Традиционно в качестве аппаратной модели в HLS-системах используется модель конечного автомата с трактом данных (Finite State Machine plus Datapath — FSMD). В такой модели вычисления выполняются в тракте данных, состоящем из арифметических блоков и мультиплексоров, а автомат реализует граф потока управления программой. Альтернативным подходом является генерация потока управления непосредственно в тракте данных путем введения специализированных аппаратных блоков, реализующих циклы и ветвления. Такой подход позволяет создавать системы с максимальной пропускной способностью, но имеет, однако, и такой недостаток, как большая площадь схемы.

При создании системы высокоуровневого синтеза, описываемой в настоящей статье, был использован второй из представленных подходов, реализованный в виде потоковой вычислительной модели [2]. В рамках этой модели данным присваиваются признаки их достоверности. Наличие таких признаков позволяет организовать циклы и ветвления непосредственно в графе потока данных, а также облегчает процесс реализации вычислительного конвейера.

Синтез аппаратуры с использованием LLVM-кода. Промежуточное представление LLVM основано на форме с единственным статическим присваиванием, в этой форме значение каждой переменной присваивается однократно. Аналогичные представления используются во многих компиляторах благодаря возможности проведения корректного анализа и различных преобразований [3]. В основе работы любого компилятора на базе LLVM лежит ряд процедур по оптимизации промежуточного кода, каждая из таких процедур оптимизации называется "проходом". Синтез аппаратуры реализован как "специальный проход".

"Синтезирующий проход" состоит из двух этапов: на первом этапе LLVM-код преобразуется в граф потока данных и управления в выбранной вычислительной модели, на втором этапе осуществляется конвейеризация вычислений в зависимости от заданных на входе системы требований. Рассмотрим каждый из этапов "синтезирующего прохода".

Преобразование LLVM-кода в CDFG. Программа в LLVM-коде представляется в виде графа потока управления, узлы которого, называемые базовыми блоками, содержат линейные участки программы. Для примера рассмотрим следующую функцию на языке С:

```
char demo (unsigned char memory[], char len)
{
    unsigned char max = 0;
    for (char i = 0; i < len ; i++)
        if (memory[i] > mx) mx = memory[i];
    return mx;
}
```

Пропустив такую функцию через парсер Clang (Front-End для языка C из состава LLVM), на его выходе получим LLVM-код, который можно визуально отобразить в виде графа, показанного на рис. 2. Данная функция разбивается на три базовых блока, для каждого из которых показан код на LLVM-ассемблере.

Путем преобразования переменных в дуги графа базовые блоки легко преобразуются в граф потока данных. В качестве примера на рис. 3 показан граф потока данных для тела цикла (операции преобразования типов не показаны). Помимо узлов, в которых осуществляются арифметические операции над данными (сложение, сравнение, выбор большего числа из двух), в графе также присутствуют специальные функциональные узлы: **phi**, **guard** и **mem load**. Узел **mem load** является портом к внешней памяти; узлы **phi** и **guard** служат для инициализации и завершения цикла. Узел **phi** используется для инициализации начальных значений переменных: когда на внешний порт поступают данные с признаком достоверности, они пропускаются через узел **phi**, после чего внешний порт переходит в закрытое состояние, а узел **phi** начинает пропускать данные, поступающие в результате итераций внутреннего цикла. В приведенном примере узлы **phi** присваивают итератору цикла **i** и переменной **mx** начальные значения "нуль"; узел **guard** служит для завершения цикла: после вычисления признака завершения он пропускает рассчитанные данные на внешний порт и переходит в закрытое состояние; узел **стр** реализует компаратор, а узел **тах** осуществляет выбор большего из двух параметров.



*Puc.* 2





Функциональность узлов **phi** и **guard** обеспечивается наличием внутреннего состояния, т.е. данные узлы содержат внутри себя регистры. Память также является устройством с внутренним состоянием, и чтение через порт памяти занимает как минимум один такт. Все остальные элементы комбинационные.

Во многих схемах задержка прохождения данных через длинную комбинационную цепочку не "укладывается" в требуемый период тактового сигнала, в этом случае комбинационные схемы разбиваются регистрами на несколько стадий. Такое преобразование называется конвейеризацией. Рассмотрим пример конвейеризации для данной функции.

Конвейеризация вычислений. В классической для HLS-систем модели FSMD решается задача планирования вычислений для ограниченного набора ресурсов. В рассматриваемой в данной статье модели ограничение на ресурсы не вводится, поэтому планирование не выполняется, однако решается задача конвейеризации, похожая по содержанию на планирование в

FSMD. Задачей конвейеризации является разбиение вычислений на несколько стадий в зависимости от требований к тактовой частоте и временным параметрам комбинационных схем. Рассмотрим несколько случаев конвейеризации для тела цикла, приведенного на рис. 3.

Предположим, что задержка через любой комбинационный элемент составляет 1 нс, доступ к памяти занимает 1 такт, а целевая частота 200 МГц. Тогда все комбинационные блоки "укладываются" в один такт и конвейер становится двухстадийным (из-за задержки в памяти и **phi**). Графически такой конвейер изображен на рис. 4, регистры в узлах **phi** показаны в виде прямоугольников.

Если целевую частоту задать равной 600 МГц, то комбинационная цепочка через сумматор +1 и компаратор стр не будут "укладываться" в период тактового сигнала. Такую цепочку можно разбить на два такта, тем самым получив трехстадийный конвейер, который выполняет три итерации цикла параллельно. Несмотря на то что комбинационный путь через узел max "укладывается" в 600 МГц, к нему также требуется добавить конвейерный регистр, в противном случае на узел guard будут поступать данные, полученные в результате разных итераций цикла, что нарушает семантику исходной программы. Если бы путь через сумматор и компаратор был разбит на пять стадий, то к пути через узел max также пришлось бы добавить четыре конвейерных регистра.



Рассмотрим в заключение еще один пример конвейера для данной функции. Предположим, что доступ к памяти занимает не один такт, как было установлено ранее, а два такта. При этом условии все операции, зависящие по данным от результата чтения из памяти, перемещаются на один такт вперед. Таким образом, узел **max** перемещается со второй стадии на третью.

При реализации рассмотренных принципов конвейеризации можно использовать алгоритм ASAP (As Soon as Possible) — выполнение операций в конвейере при первой возможности. На первом этапе алгоритма осуществляется поиск всех узлов, не зависимых по данным (для приведенного примера это узлы **phi**), затем начинается построение конвейера "сверхувниз" по графу потока данных.

Заключение. Представленные в статье результаты исследований показывают, как создать простое средство высокоуровневого синтеза на базе готовой компиляторной инфраструктуры. Рассмотрены основные этапы синтеза вплоть до генерации микроархитектуры вычислительного конвейера.

За гранью исследования осталось рассмотрение такой важной темы, как реализация аппаратно-ориентированных оптимизаций. К их числу относятся автоматическое распараллеливание и использование арифметики с нестандартными типами данных. Тем не менее даже базовые возможности в области высокоуровневого синтеза могут значительно упростить задачу создания и анализа специализированных вычислительных блоков.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Gajski D. D., Ramachandran L.* Introduction to high-level synthesis // IEEE Design & Test of Computers. 1994. Vol. 11. P. 44—54.
- 2. Попов Р. И. Применение потоковых вычислительных моделей в проектировании специализированных процессоров // Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО. 2011. № 75. С. 77—81.
- 3. *Lattner C., Adve V.* LLVM: A compilation framework for lifelong program analysis & transformation // Intern. Symp. on Code Generation and Optimization, USA. 2004. March. P. 75.

#### Сведения об авторе

Роман Игоревич Попов

 аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра вычислительной техники; E-mail: ripopov@gmail.com

Рекомендована кафедрой вычислительной техники

Поступила в редакцию 22.05.12 г.

УДК 629.198

## И. В. Лысенко, А. И. Птушкин, Б. В. Соколов

## МЕТОДИКА СИНТЕЗА КОМПЛЕКТА ЗИП НА ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Обсуждается проблема расширения аналитических возможностей методик синтеза комплектов ЗИП сложных технических объектов. Предложена методика синтеза, основанная на применении метода динамического программирования. Особенности методики и ее аналитические возможности иллюстрируются численным примером.

**Ключевые слова:** синтез комплекта ЗИП, головной разработчик, динамическое программирование.

**Введение**. Одной из важных задач логистического анализа является снижение количества неудачных проектных решений, влияющих на эффективность эксплуатации изделия. В частности, методики логистического анализа предназначены для наглядной демонстрации заказчику головным разработчиком изделия того, что все меры, обеспечивающие сокращение стоимости его эксплуатации при сохранении заданных значений целевых показателей качества функционирования, приняты.

Существенным фактором, влияющим на стоимость эксплуатации и готовность изделия к применению, является его укомплектованность запасными частями, инструментами и принадлежностями (ЗИП). Однако существующие методики расчета комплекта ЗИП характеризуются слабыми аналитическими, в том числе доказательными, возможностями, ибо позволяют получить только "точечное" решение для каждой составной части изделия, а не для изделия в целом. Совокупность таких решений не только не гарантирует оптимальность использования денежных средств на комплектование ЗИП изделия, но и не позволяет головному разработчику принять обоснованное решение по корректировке комплектов ЗИП, предложенных разработчиками составных частей (оборудования) изделия. В отличие от существующих, в настоящей статье предлагается методика синтеза оптимального комплекта ЗИП, основанная на применении метода динамического программирования [см. лит.]. Эта методика позволяет вместо "точечных" решений для составных частей изделия получить спектр решений как прямой, так и обратной задачи оптимального комплектования ЗИП изделия в целом, что даст возможность головному разработчику глубоко проанализировать предлагаемые разработчиками составных частей изделия варианты комплектования ЗИП и обоснованно предложить заказчику наилучший в сложившихся условиях вариант.

**Постановка задачи.** После определения коэффициента готовности изделия при наличии комплектов ЗИП оборудования, предложенных их разработчиками, перед головным разработчиком может возникнуть необходимость решения следующих вопросов:

— если коэффициент готовности изделия ( $K_{r}$ ) равен требуемому значению ( $K_{r,rp}$ ), то необходимо выяснить возможность обеспечения изделия комплектом ЗИП меньшей стоимости;

— если  $K_{\Gamma} > K_{\Gamma, TP}$ , то решается задача определения комплекта ЗИП минимальной стоимости, который обеспечит требуемое значение коэффициента готовности;

— если  $K_{\Gamma} < K_{\Gamma, \text{тр}}$ , то выясняется возможность обеспечения требуемого коэффициента готовности изделия с помощью использования другого комплекта ЗИП с минимальным увеличением его стоимости.

Ответы на эти вопросы могут быть получены в результате решения задач синтеза оптимального комплекта ЗИП с применением метода динамического программирования.

Задача синтеза оптимального комплекта ЗИП формулируется следующим образом.

**Дано:** N — количество образцов оборудования, каждому из которых присвоен индекс  $j = \overline{1, N}$ ;  $n_j$  — количество групп однотипных элементов, подлежащих замене в случае их отказа, каждой из которых присвоен индекс  $i = \overline{1, n_j}$ ;  $T_{0ij}$  — среднее время безотказной работы ij-й группы однотипных элементов;  $T_{Bij}$  и  $T'_{nij}$  — среднее время восстановления j-го оборудования в случае отказа элемента i-го типа при наличии ЗИП и среднее время простоя в случае отсутствия ЗИП соответственно;  $\lambda_{ij}$  — интенсивность отказов элементов ij-го типа,  $l_{ij}$  и  $c_{ij}$  — их ко-

личество и стоимость соответственно.

Найти

$$\mathbf{m}^{\circ} \in \arg\max_{\mathbf{m}} \prod_{j=1}^{N} K_{\Gamma j}(\mathbf{m}_{j}(\mathbf{c}_{j}))$$

при условии

$$\sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{n_j} m_{ij} c_{ij} \leq C ,$$

где знак "°" соответствует оптимальному значению параметра;  $m_{ij}$  — количество запасных элементов *i*-го типа *j*-го оборудования;  $K_{\Gamma j}$  — коэффициент готовности *j*-го оборудования;  $c_j$  — стоимость комплекта ЗИП *j*-го оборудования;

$$\mathbf{m}^{\circ} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{1}^{\circ}, ..., \mathbf{m}_{j}^{\circ}, ..., \mathbf{m}_{N}^{\circ} \end{bmatrix}^{T}; \quad \mathbf{m}_{j}^{\circ} = \begin{bmatrix} m_{1j}^{\circ}, ..., m_{ij}^{\circ}, ..., m_{n_{j}j}^{\circ} \end{bmatrix}^{T}$$

Так как функциональные зависимости, которые рассматриваются в данных задачах, являются сепарабельными, для их решения целесообразно применить метод динамического программирования.

Решение этой задачи будем проводить в два этапа. На первом этапе определим функции  $K_{rj}(\mathbf{m}_{j}(c_{j}))$ . Для этого необходимо решить следующую задачу:

найти

$$\mathbf{m}_{j}^{\circ} \in \arg\max_{\mathbf{m}_{j}} \prod_{i=1}^{n_{j}} K_{\Gamma i j}(\mathbf{m}_{i j})$$
(1)

при условии

$$\sum_{i=1}^{n_j} m_{ij} c_{ij} \le C_j .$$

$$\tag{2}$$

Решение задачи (1), (2) позволяет построить образы множества Парето в пространстве параметров  $K_{\Gamma j}(\mathbf{m}_{j})$ , *C*, т. е. дискретные функции  $K_{\Gamma j}^{\circ}(C_{j}(\mathbf{m}_{j}))$ , знание которых дает возможность перейти к решению задачи второго этапа: определению варианта оптимального распределения средств на комплектование ЗИП по видам оборудования. Эта задача формулируется следующим образом:

найти

$$\mathbf{D}^{\circ} \in \arg\max_{\mathbf{D}} \prod_{j=1}^{N} K_{\Gamma j}(C_{j})$$

при условии

$$\sum_{j=1}^N C_j^{\max} \le C \,,$$

где **D** =  $[C_1, C_2, ..., C_N]^T$ .

Рассмотрим алгоритмы решения этих задач методом динамического программирования.

**Алгоритм решения задачи первого этапа.** Для первого шага алгоритма функциональное уравнение Беллмана имеет вид

$$K_{r1j}^{\max}(\xi_{1j}) = \max_{m_{1j}} K_{r1j}(m_{1j}(\xi_{1j})),$$

а для последующих шагов вычислений используется рекуррентное соотношение

$$K_{\mathrm{r}ij}^{\mathrm{max}}(\xi_{ij}) = \max_{m_{ij}} \left\{ K_{\mathrm{r}ij}(m_{ij}) K_{\mathrm{r}(i-1)j}^{\mathrm{max}}(\xi_{ij} - c_{ij}m_{ij}) \right\}, i = \overline{2, n_j},$$

где  $\xi_{ij} = 0, \Delta \xi_{ij}, 2\Delta \xi_{ij}, ..., \xi_{ij}^{\max}; \Delta \xi_{ij} = \Delta C$  — шаг решения задачи, определяющий точность ее решения.

Для каждого значения  $\xi_{ij}$  вычисляются максимальные значения коэффициента готовности *i* групп однотипных элементов *j*-го оборудования и соответствующее им условнооптимальное количество запасных элементов *i*-й группы:

$$\tilde{m}_{ij}(\xi_{ij}) \in \underset{m_{ij}}{\operatorname{arg\,max}} K_{\Gamma ij}(m_{ij}) K_{\Gamma(i-1)j}^{\max}(\xi_{ij} - c_{ij}m_{ij}), \quad \tilde{m}_{n_jj}(C_j) = m_{n_jj}^{\circ}.$$

Оптимальное количество ЗИП для остальных групп однотипных элементов определяется в результате обратного хода по формуле

$$m_{(n_j-k)j}^{\circ} = \tilde{m}_{n_j j} \left( \xi_{(n_j-k)j} = C_j - \sum_{\ell=0}^{k-1} m_{(n_j-\ell)j}^{\circ} c_{(n_j-\ell)j} \right), \ k = \overline{1, n_j - 1}.$$

Алгоритм решения задачи второго этапа. Для первого шага алгоритма решения этой задачи функциональное уравнение Беллмана имеет вид

$$K_{r1}^{\max}(\xi) = K_{r1}(\xi), \quad \xi = 0, \ \Delta\xi, \ 2\Delta\xi, ..., C,$$

а для последующих шагов вычислений используется рекуррентное соотношение

$$K_{\mathrm{r}i}^{\mathrm{max}}(\xi) = \max_{C_j} \left\{ K_{\mathrm{r}j}(c_j) K_{\mathrm{r}(j-1)}^{\mathrm{max}}(\xi - c_j) \right\}, \quad j = \overline{2, N}.$$

На последнем шаге условно-оптимальное значение  $\tilde{c}_N(C) = c_N^\circ$ . Выполнив операции обратного хода, получим  $c_{N-1}^\circ, c_{N-2}^\circ, ..., c_1^\circ$ . Затем для каждого  $c_j$ , используя результаты решения задачи (1), (2), также выполняем операции обратного хода и получаем

$$\mathbf{m}_{j}^{\circ} = \begin{bmatrix} m_{1}^{\circ}, m_{2}^{\circ}, ..., m_{i}^{\circ}, ..., m_{n_{j}}^{\circ} \end{bmatrix}^{T} \quad \text{и в итоге } \mathbf{m}^{\circ}$$

**Пример.** Предположим, что изделие (корабль) имеет в своем составе оборудование трех наименований (N = 3), каждое из которых имеет три группы однотипных элементов.

Исходные данные, необходимые для определения достаточности предложенного разработчиками оборудования комплекта ЗИП, зададим матрицами

..

$$\|m_{ij}\| = \| \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}, \|c_{ij}\| = \| \begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}, \|l_{ij}\| = \| \begin{vmatrix} 6 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 7 \\ 8 & 1 & 10 \end{vmatrix},$$
$$\|\lambda_{ij}\| = \| \begin{vmatrix} 5 & 1 & 8 \\ 4 & 2 & 1 \\ 3 & 9 & 6 \end{vmatrix} \cdot 10^{-5}, \|T_{\text{B}ij}\| = \| \begin{vmatrix} 2 & 10 & 20 \\ 5 & 3 & 8 \\ 24 & 15 & 6 \end{vmatrix}, T'_{\text{II}j} = 10T_{\text{B}}$$

Для этих исходных данных и времени  $\tau = 3000$  ч, в течение которого необходимо обеспечить готовность изделия, значение  $K_{\Gamma}$  при наличии комплекта ЗИП  $\|m_{ij}\|$ , предлагаемого разработчиками оборудования, определим по формуле

$$K_{\Gamma} = \prod_{j=1}^{N} K_{\Gamma j} = \prod_{j=1}^{N} \prod_{i=1}^{n_j} K_{\Gamma i j} ,$$

где 
$$K_{\Gamma ij} = \frac{T_{0ij}}{T_{0ij} + T_{nij}}, \ T_{\pi ij} = r_{ij}(m_{ij}, \tau)T_{\text{вij}} + (1 - r_{ij}(m_{ij}, \tau)) \cdot T'_{\pi ij};$$
здесь  $r_{ij}(m_{ij}, \tau) = e^{-l_{ij}\lambda_{ij}\tau} \sum_{\nu=1}^{m_{ij}} \frac{(l_{ij}\lambda_{ij}\tau)^{\nu}}{\nu!}$  —

вероятность того, что число отказов элементов *i*-го типа *j*-го оборудования за время  $\tau$  не превысит число имеющихся в наличии запасных элементов  $m_{ij}$ .

В результате получаем  $K_r = 0,731$  при суммарной стоимости комплекта ЗИП  $C_{\Sigma} = 45$  у.е. (далее результаты всех расчетов приводятся в условных единицах стоимости).

После определения коэффициента готовности корабля головной разработчик может получить ответы на сформулированные в постановке задачи вопросы, для чего, как отмечалось ранее, необходимо последовательно решить задачи первого и второго этапов. Результаты их решения, соответствующие приведенным алгоритмам и представленные графически на рисунке, *а*—*г*, позволяют проверить, рационально ли сформирован комплект ЗИП изделия. Анализ результатов (см. рисунок, г) показывает, что материальные средства могут быть израсходованы гораздо эффективнее; т.е. при стоимости комплекта ЗИП  $C_{\Sigma}$  = 45 у.е. (см. пример) можно обеспечить коэффициент готовности  $K_{\Gamma}$  = 0,902 (а не  $K_{\Gamma}$  = 0,731), если иначе распределить средства между ЗИП оборудования. Если головного разработчика устраивает значение  $K_{\Gamma}$  = 0,707, то в этом случае потребуется всего лишь 29 у.е.

Результаты распределения средств по видам оборудования и соответствующие им значения для комплектов ЗИП показаны на рисунке, *а—в*.



Отметим особенности предложенной методики, выгодно отличающие ее от других методов расчета комплекта ЗИП.

1. Можно доказать, что полученное решение действительно является наилучшим.

2. Возможность получения спектра решений позволяет обосновать необходимую стоимость комплекта ЗИП.

3. Комплект ЗИП формируется в целях определения оптимальной стоимости корабельного комплекта ЗИП в целом, обеспечивающего требуемое значение коэффициента готовности корабля, а не отдельных видов оборудования. В связи с этим расчет корабельного комплекта ЗИП должен производиться непосредственно головным разработчиком корабля, а не поставщиками оборудования, при этом поставщики должны представить головному разработчику все необходимые для расчета данные.

4. Предложенный метод гарантирует нахождение абсолютного, а не локального экстремума, если задача многоэкстремальна, и, кроме того, позволяет найти все множество решений задачи, при которых имеет место один и тот же экстремум; так, в рассмотренном примере при  $C_{\Sigma} = 65$  у.е. можно обеспечить  $K_{\Gamma} = 0,978$ , используя три различных варианта ЗИП. Наличие таких вариантов позволяет привлечь к рассмотрению, кроме стоимости комплекта ЗИП и обеспечиваемого им коэффициента готовности, и другие показатели, характеризующие этот комплект, например, требуемый объем помещения для размещения ЗИП.

5. Метод позволяет производить распараллеливание вычислений, что может оказаться полезным при решении крупномасштабных задач.

Статья подготовлена по результатам исследований, проведенных при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 11-08-01016, 11-08-00767, 11-08-01289-а, 12-07-13119-офи-м-РЖД, 12-07-00302, 13-07-00279, 13-08-00702, Разработка библиотеки конечных элементов для САПР упругих конструкций герконов 21

13-08-01250); программы фундаментальных исследований Отделения нанотехнологий и информационных технологий РАН (проект № 2.11); программы ESTLATRUS: проекты 1.2/ELRI-121/2011/13, 2.1/ELRI/184/2011/14 (2012—2013 гг.).

#### ЛИТЕРАТУРА

Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования / Пер. с англ.; Под ред. А. А. Первозванского. М.: Наука, 1965.

#### Сведения об авторах — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский институт информатики Игорь Васильевич Лысенко и автоматизации РАН, лаборатория информационно-аналитических технологий в экономике; E-mail: ilys@iias.spb.su Анатолий Иванович Птушкин канд. техн. наук, профессор; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра организации эксплуатации вооружения и военной техники, Санкт-Петербург; E-mail: anatoly.ptushkin2011@yandex.ru Борис Владимирович Соколов д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН, зам. директора по научной работе; E-mail: sokol@iias.spb.su Рекомендована кафедрой Поступила в редакцию СПИИРАН 15.03.10 г.

УДК 621.01

## В. Л. ТКАЛИЧ, Р. Я. ЛАБКОВСКАЯ, О. И. ПИРОЖНИКОВА

## РАЗРАБОТКА БИБЛИОТЕКИ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ САПР УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ ГЕРКОНОВ

Обсуждается вопрос формирования библиотеки конечных элементов для САПР современных конструкций герконов в целях создания защитных сигнализационных систем. Приведены данные по истории развития разработок и производства герконов.

**Ключевые слова:** герконы, конечные элементы, упругие чувствительные элементы, САПР, защитные сигнализационные системы.

Несмотря на почти 40-летнюю историю применения значение магнитоуправляемых герметизированных контактов (герконов) как элементов коммутационной техники не снижается. Мировой рынок герконов достаточно стабилен, им практически нет замены во многих отраслях промышленности и народного хозяйства.

Достоинства и простота конструкции герконов, способность управлять внешним магнитным полем (созданным электрическим током или постоянным магнитом) позволяют применять их в качестве контактных пар всевозможных реле, концевых выключателей, тумблеров, кнопок клавиатуры, датчиков положения, скорости и ускорения, индикаторов перемещения и распределения сигналов, преобразователей неэлектрических величин в электрические аналоги, элементов высокочастотных и измерительных систем спецтехники, защитных сигнализационных систем и т.п.

Ведущими производителями герконов на мировом рынке являются фирмы OKI (Япония), Hamlin (США), Standex (Великобритания), Philips, C. P. Clare, Fujitsu (Япония), Gunther (Германия), Aleph Nippon (Япония), Рязанский завод металлокерамических приборов (Россия). Статичность объемов производства герконов в мире связана с рядом их неоспоримых качеств, таких как: полностью герметизированный металлический контакт, в связи с чем герконы могут работать в условиях повышенной влажности и запыленности, в агрессивных средах, при температурах от -60 до +150 °C; малая мощность управления (50—200 мВт); низкое электрическое сопротивление (0,05—0,2 Ом); высокое сопротивление изоляции (1010—1012 Ом); быстродействие (0,5—1,5 мс); полная гальваническая развязка цепей управления и нагрузок; большой срок службы (106—108 переключений) [1].

Производство герконов, как правило, является высокоавтоматизированным, прецизионным, требующим высокой квалификации обслуживающего персонала и специального технологического оборудования, что связано с необходимостью разработки САПР герконовой язычковой и мембранной элементной базы.

Формирование библиотеки конечных элементов в приложении к плоским и мембранным упругим чувствительным элементам (УЧЭ) датчиков систем управления позволит применять данную элементную базу при создании высоконадежных и конкурентоспособных защитных сигнализационных систем.

В настоящее время наиболее широко применяются модифицированный элемент с пятью степенями свободы в узлах и изопараметрический элемент с 36 степенями свободы в узлах, относящиеся к четырехугольным элементам пластин и оболочкам.

Рассмотрим элемент первого типа: в системе криволинейных ортогональных координат в каждом узле вектор его обобщенных узловых перемещений имеет пять компонент — три компоненты вектора перемещений и два угла поворота, т.е.

$$\{U\}^T = [u_1 u_2 u_3 \vartheta_1 \vartheta_2].$$

Углы поворота определяются по формулам

$$\vartheta_1 = \frac{1}{r} \frac{\partial u_3}{\partial \phi} - \frac{u_2}{R_2}; \quad \vartheta_2 = \frac{\partial u_3}{\partial s} + \frac{u_1}{R_1},$$

где s,  $\phi$  — меридиональная и окружная криволинейные координаты срединной поверхности оболочки;  $R_1$ ,  $R_2$  — главные радиусы кривизны; r — радиус оболочки в сечении, перпендикулярном оси вращения.

В общем случае элемент представляет собой произвольный четырехугольник на срединной поверхности оболочки. Для формирования определяющих характеристик элемента используется нормализованная система координат ξ, η, на которую отображается четырехугольник.

Криволинейные ортогональные координаты *s*, φ и произвольная осесимметричная поверхность задаются в системе координат ξ, η формулами:

$$\begin{split} \varphi &= \sum_{i=1}^{4} L_i(\xi, \eta) \varphi_i ; \\ s &= \sum_{i=1}^{4} L_i(\xi, \eta) s_i ; \\ r &= \sum_{i=1}^{4} H_i(\xi, \eta) r_i + \sum_{i=1}^{4} H_{1i}(\xi, \eta) \left(\frac{\partial r}{\partial \xi}\right)_i + \sum_{i=1}^{4} H_{2i}(\xi, \eta) \left(\frac{\partial r}{\partial \eta}\right)_i \\ z &= \sum_{i=1}^{4} H_i(\xi, \eta) z_i + \sum_{i=1}^{4} H_{1i}(\xi, \eta) \frac{\partial z}{\xi} + \sum_{i=1}^{4} H_{2i}(\xi, \eta) \frac{\partial z}{\partial \eta} . \end{split}$$

Здесь  $L_i(\xi, \eta)$  — билинейные полиномы Лагранжа;  $H_i(\xi, \eta), H_{1i}(\xi, \eta), H_{2i}(\xi, \eta)$  — кубические функции Эрмита;  $s_i, \varphi_i, r_i, z_i$  — узловые значения аппроксимируемых функций.

Аппроксимирующие функции имеют следующий вид:

$$\begin{split} L_{i} &= \frac{1}{4} (1 + \xi \xi_{1}) (1 + \eta \eta_{1}); \\ H_{i} &= \phi_{1}(\xi) \phi_{1}(\eta); \quad H_{1i} = \phi_{1}(\eta) \phi_{2}(\xi); \quad H_{2i} = \phi_{1}(\xi) \phi_{2}(\eta); \\ \phi_{1}(\lambda) &= \frac{1}{4} (2 + 3\lambda_{0} - \lambda_{30}); \quad \phi_{2}(\lambda) = \frac{1}{4} (\lambda_{30} + \lambda_{20} - \lambda_{0} - 1); \\ \lambda_{0} &\to \xi_{0}, \eta_{0}; \quad \xi_{0} = \xi \xi_{i}; \quad \eta_{0} = \eta \eta_{i}; \quad \lambda_{i} \to \xi_{i}, \eta_{i}, \end{split}$$

где  $\xi_i$ ,  $\eta_i$  — узловые значения нормализованных координат.

Для оболочки с произвольной формой меридиана главные радиусы кривизны  $R_1$ ,  $R_2$  определяются согласно известным соотношениям дифференциальной геометрии с учетом того, что r = r(s), z = z(s),  $\frac{dr}{ds} = \cos \theta$ ,  $\frac{dz}{ds} = \sin \theta$  ( $\theta$  — угол между осью вращения z и нормалью к

срединной поверхности оболочки).

Использование аппроксимации обеспечивает плавные изменения на границах сопрягаемых элементов радиусов r,  $R_1$ ,  $R_2$ . Производные по нормализованным координатам в узловых точках определяются по формуле

$$\left(\frac{\partial q}{\partial \lambda}\right)_i = \left(\frac{\partial q}{\partial s}\right)_i \left(\frac{\partial s}{\partial \lambda}\right), \ \lambda \to \xi, \eta, \quad i = 1, ..., 4.$$

Для оболочек канонической формы можно определять радиусы кривизны и их производные по известным зависимостям.

Для приведения общей матрицы жесткости к одной размерности с матрицей преобразования координат необходимо вводить фиктивный угол поворота узлов элемента вокруг нормали. Для этого вводится шестое узловое перемещение — угол поворота  $\upsilon_{zi}$ , тогда расширение блоков матрицы жесткости  $[K_{ij}]$  осуществляется по закону:

$$K_{ij}^{1} = \begin{cases} \gamma Eh\Delta, i = j; \\ -\frac{1}{3}\gamma Eh\Delta, i \neq j, \end{cases}$$

где E — модуль упругости материала, h — толщина слоя многослойной оболочки, так что элемент остается самоуравновешенным в локальной системе координат; изменение коэффициента  $\gamma$  в диапазоне  $3 \cdot 10^{-3} \le \gamma \le 3 \cdot 10^{-1}$  практически не оказывает влияния на конечный результат.

Недостатками описанного элемента являются необходимость введения фиктивного угла поворота  $\upsilon_{zi}$  при сборке ансамбля конечных элементов, а также низкий порядок аппроксимации тангенциальных перемещений и, как следствие, сравнительно низкая точность определения внутренних силовых факторов [2].

В этом смысле более перспективными представляются конечные элементы изопараметрического типа, простейшим из которых является криволинейный четырехугольник с девятью степенями свободы в узле. В общем случае границы элемента могут не совпадать с линиями кривизны. В качестве узловых неизвестных конечного элемента принимаются девять величин — три компоненты вектора перемещения и их первые производные по координатам произвольной криволинейной системы координат:

$$\{U\}^{T} = \left[u_{1}\frac{\partial u_{1}}{\partial \alpha_{1}}\frac{\partial u_{1}}{\partial \alpha_{2}}u_{2}\frac{\partial u_{2}}{\partial \alpha_{1}}\frac{\partial u_{2}}{\partial \alpha_{2}}u_{3}\frac{\partial u_{3}}{\partial \alpha_{1}}\frac{\partial u_{3}}{\partial \alpha_{2}}\right],$$

где  $u_i$ , i = 1, 2, 3, - составляющие вектора перемещений в локальной системе координат, связанной с координатными линиями;  $\alpha_i$ , i = 1, 2, 3, - координатные линии.

При сборке ансамбля в узловых точках компоненты вектора перемещений одного из элементов выбираются в качестве основных. Компоненты узлового вектора перемещений

примыкающей оболочки выражаются через основные исходя из условий сопряжения оболочки. С повышением порядка производных в векторе обобщенных узловых перемещений выполняется последовательное повышение порядка точности аппроксимации поля перемещений. Соответственно может быть повышена точность аппроксимации геометрии оболочки.

При выборе конечных элементов стержней, составляющих единый ансамбль с базовыми конечными элементами пластин и оболочек, необходимо обеспечить идентичный выбор вектора обобщенных узловых перемещений и аппроксимирующих функций [3], с тем чтобы обеспечить выполнение общих требований к конечным элементам.

Таким образом, сформирована библиотека конечных элементов УЧЭ герконов для САПР магнитоуправляемых устройств. Показано, что при использовании моментной схемы конечных элементов повышается точность расчетов деформаций и напряжений магнитоуправляемых УЧЭ герконов на 5—7 %.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Карабанов С. М., Майзельс Р. М., Шоффа В. Н. Магнитоуправляемые контакты (герконы) и изделия на их основе. Справочное руководство. М.: Интеллект, 2011. 432 с.
- 2. *Ткалич В. Л.* Надежность магнитоуправляемых контактов в системах управления. Монография. СПб: СПб ГИТМО(ТУ) 2000. С. 100.
- 3. *Ткалич В. Л., Лабковская Р. Я., Пирожникова О. И.* Метод повышения надежности упругих чувствительных элементов систем управления и автоматики // Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО. 2011. № 1(71). С. 136—138.

		Сведения од ивторах
Вера Леонидовна Ткалич		д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследо-
		вательский университет информационных технологий, механики и опти-
		ки, кафедра проектирования и безопасности компьютерных систем;
		E-mail: Vera_Leonidovna_Tkalich@mail.ru
Римма Яновна Лабковская	_	аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский уни-
		верситет информационных технологий, механики и оптики, кафедра
		проектирования и безопасности компьютерных систем;
		E-mail: studsovet itmo@mail.ru
Ольга Игоревна Пирожникова		аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский уни-
		верситет информационных технологий, механики и оптики, кафедра
		проектирования и безопасности компьютерных систем;
		E-mail: studsovet_itmo@mail.ru
Рекомендована кафедрой		Поступила в редакцию
проектирования и безопасности		06.03.12 г.

компьютерных систем

# ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 519.271

## В. Н. АРСЕНЬЕВ, А. Г. КОХАНОВСКИЙ, А. С. ФАДЕЕВ

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СВЯЗИ ИЗОХРОННЫХ ВАРИАЦИЙ ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С ВОЗМУЩЕНИЯМИ ПАРАМЕТРОВ ЕЕ СОСТАВНЫХ ЧАСТЕЙ

Рассматривается задача построения линейной модели связи вариаций переменных состояния системы управления с отклонениями параметров ее составных частей от номинальных значений. Предложен подход к определению параметров модели, позволяющий повысить ее точность.

**Ключевые слова:** система управления, переменные состояния, модель, параметры, точность.

Введение. В практике создания летательных аппаратов (ЛА) достаточно часто возникает задача согласования характеристик разброса параметров системы управления с требованиями, предъявляемыми к точности ее функционирования [1]. Качество решения этой задачи зависит от точности модели, связывающей случайные параметры системы с переменными, характеризующими состояние ЛА в заданные моменты времени. К модели предъявляются два противоречивых требования: с одной стороны, она должна быть простой, а с другой — однозначно описывать связь характеристик разброса параметров с характеристиками точности системы управления. Построить такую модель можно на основе исходной модели, представляющей собой систему нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих возмущенное движение системы. При этом показатель близости исходной и упрощенной моделей должен иметь вероятностный характер в силу случайной природы причин, вызывающих разброс переменных состояния системы в характерные моменты времени [2].

Постановка задачи. Достаточно в общем виде поведение системы управления может быть описано векторным нелинейным дифференциальным уравнением [3]

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{F}(\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{U}, \hat{\boldsymbol{\lambda}}, t), \ \mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0,$$
(1)

где знаком "^" отмечены величины, являющиеся случайными;  $\hat{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{X}_{\mathrm{H}}(t) + \Delta \hat{\mathbf{X}}(t) \in \mathbf{R}^{n}$  — вектор переменных состояния (в частном случае — фазовых координат) системы управления в момент времени *t*, здесь  $\mathbf{X}_{\mathrm{H}}(t)$  — его номинальное значение,  $\Delta \hat{\mathbf{X}}(t)$  — вектор случайных отклонений (вариаций) переменных состояния системы относительно номинального значения  $\mathbf{X}_{\mathrm{H}}(t)$ ;  $\mathbf{U} \in \mathbf{R}^{q}$  — вектор-функция программ управления;  $\hat{\lambda} = \lambda_{\mathrm{H}} + \Delta \hat{\lambda} \in \mathbf{R}^{m}$  — вектор случайных параметров системы, не зависящий от времени, здесь  $\lambda_{\mathrm{H}}$  — его номинальное значение,  $\Delta \hat{\lambda}$  — вектор независимых случайных возмущений (отклонений параметров системы от номинальных значений), оказывающих влияние на движение ЛА;  $\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0$  — вектор переменных состояния системы в начальный момент времени;  $t \in (t_0, t_k)$  — время функционирования системы.

Закон распределения  $\varphi_{\Delta \hat{\lambda}}(\Delta \lambda)$  вектора  $\Delta \hat{\lambda}$  полагается известным, причем его математическое ожидание  $\mathbf{M}_{\Delta \hat{\lambda}} = 0$ , а ковариационная матрица  $\mathbf{K}_{\Delta \hat{\lambda}} = \text{diag}\left\{D_{\Delta \hat{\lambda}_1}, D_{\Delta \hat{\lambda}_2}, ..., D_{\Delta \hat{\lambda}_m}\right\}$ , где  $D_{\Delta \hat{\lambda}_i}, i \in \overline{1, m}, -$  дисперсии компонент вектора  $\Delta \hat{\lambda}$ , характеризующие разброс параметров системы управления относительно номинальных значений  $m \ge n$ , где n — размерность вектора  $\hat{\mathbf{X}}(t)$ .

Пусть в заданный момент времени  $t_k$  вектор  $\Delta \hat{\mathbf{X}}(t_k)$  распределен по нормальному закону с математическим ожиданием  $\mathbf{M}_{\Delta \hat{\mathbf{X}}} = 0$  и ковариационной матрицей  $\mathbf{K}_{\Delta \hat{\mathbf{X}}}$ . Матрица  $\mathbf{K}_{\Delta \hat{\mathbf{X}}}$  характеризует разброс переменных состояния системы в момент  $t_k$  и рассматривается как ее точностная характеристика [4].

В качестве модели, связывающей отклонения параметров системы с вариациями ее состояния, предлагается использовать линейную зависимость

$$\Delta \hat{\mathbf{X}}_{M} = \mathbf{A} \Delta \hat{\boldsymbol{\lambda}} , \qquad (2)$$

где А — *п*×*m*-матрица коэффициентов, подлежащая определению.

Такой выбор модели обусловлен тем, что во многих практических задачах случайные отклонения параметров системы невелики, а зависимости вариаций переменных состояния системы от этих отклонений являются гладкими функциями.

Матрица коэффициентов модели (2) может быть определена по-разному. При этом особое значение имеет требование о близости оценок точности системы управления, получаемых на основе моделей (1) и (2) при одних и тех же характеристиках разброса параметров. Формально это требование имеет вид  $\mathbf{K}_{\Delta \hat{\mathbf{X}}} = \mathbf{K}_{\Delta \hat{\mathbf{X}}_{u}}$  или, с учетом выражения (2),

$$\mathbf{K}_{\Delta \hat{\mathbf{X}}} = \mathbf{A} \mathbf{K}_{\Delta \hat{\boldsymbol{\lambda}}} \mathbf{A}^T \,. \tag{3}$$

Определение матрицы коэффициентов линейной модели. В некоторых случаях в качестве матрицы **A** может использоваться матрица чувствительности **H**, элементами которой являются частные производные  $\mathbf{H}_{ij} = \frac{\partial \Delta \mathbf{X}_i(t_k)}{\partial \Delta \lambda_j} \Big|_{\Delta \lambda = 0}$ ,  $i \in \overline{1, n}$ ,  $j \in \overline{1, m}$  [1], и тогда модель при-

нимает вид  $\Delta \hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{H}} = \mathbf{H} \Delta \hat{\boldsymbol{\lambda}}$ .

Такой выбор матрицы коэффициентов модели (2) отражает физическую зависимость вектора  $\Delta \hat{X}(t_k)$  от вектора  $\Delta \hat{\lambda}$ , но при этом иногда не учитывается вероятностный характер связи между ними и не обеспечивается выполнение условия (3). Поэтому предлагается матрицу **A** определять исходя из условия ее близости к матрице **H** при строгом выполнении уравнения (3).

Тогда задача определения параметров модели (2) состоит в нахождении такой матрицы А, которая обеспечивает минимум функционала

$$\operatorname{tr}\left\{ (\mathbf{A} - \mathbf{H}) \mathbf{K}_{\Delta \hat{\lambda}} (\mathbf{A} - \mathbf{H})^T \right\}$$
(4)

при условии (3).

Для ее решения используется метод неопределенных множителей Лагранжа. Минимизируемая функция имеет вид

$$L_{\rm H} = \operatorname{tr}\left\{ (\mathbf{A} - \mathbf{H}) \mathbf{K}_{\Delta \hat{\lambda}} (\mathbf{A} - \mathbf{H})^T + \Lambda \left( \mathbf{K}_{\Delta \hat{\mathbf{X}}} - \mathbf{A} \mathbf{K}_{\Delta \hat{\lambda}} \mathbf{A}^T \right) \right\},\tag{5}$$

где *n*×*n*-матрица **Л** является симметричной и состоит из подлежащих определению множителей Лагранжа. Для вычисления частных производных от функции  $L_{\rm H}$  по матрицам **A** и **A** и получения необходимых условий минимума правая часть выражения (5) представляется в виде

$$L_{\rm H} = {\rm tr} \left\{ {\bf A} {\bf K}_{\Delta \hat{\lambda}} {\bf A}^T - {\bf H} {\bf K}_{\Delta \hat{\lambda}} {\bf A}^T - {\bf A} {\bf K}_{\Delta \hat{\lambda}} {\bf H}^T + {\bf H} {\bf K}_{\Delta \hat{\lambda}} {\bf H}^T + {\bf A} {\bf K}_{\Delta \hat{\lambda}} - {\bf A} {\bf A} {\bf K}_{\Delta \hat{\lambda}} {\bf A}^T \right\}.$$

Тогда частные производные определяются выражениями

$$\frac{\partial L_{\rm H}}{\partial \mathbf{A}} = 2\mathbf{A}\mathbf{K}_{\Delta\hat{\lambda}} - 2\mathbf{H}\mathbf{K}_{\Delta\hat{\lambda}} - 2\mathbf{\Lambda}\mathbf{A}\mathbf{K}_{\Delta\hat{\lambda}}; \quad \frac{\partial L_{\rm H}}{\partial \mathbf{\Lambda}} = \mathbf{K}_{\Delta\hat{\mathbf{X}}} - \mathbf{A}\mathbf{K}_{\Delta\hat{\lambda}}\mathbf{A}^{T},$$

а необходимые условия минимума  $\frac{\partial L_{\rm H}}{\partial \mathbf{A}} = 0$ ;  $\frac{\partial L_{\rm H}}{\partial \mathbf{A}} = 0$  трансформируются в уравнения

$$\mathbf{A}\mathbf{K}_{\Delta\hat{\lambda}} - \mathbf{H}\mathbf{K}_{\Delta\hat{\lambda}} - \mathbf{A}\mathbf{A}\mathbf{K}_{\Delta\hat{\lambda}} = 0, \qquad (6)$$

$$\mathbf{K}_{\Delta \hat{\mathbf{X}}} - \mathbf{A} \mathbf{K}_{\Delta \hat{\boldsymbol{\lambda}}} \mathbf{A}^{T} = 0.$$
 (7)

Из уравнения (6) следует

$$\mathbf{A} = (\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1} \mathbf{H} \,, \tag{8}$$

где I — единичная матрица.

Подстановка полученного выражения в уравнение (7) дает

$$\mathbf{K}_{\Delta \hat{\mathbf{X}}} - (\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1} \mathbf{H} \mathbf{K}_{\Delta \hat{\boldsymbol{\lambda}}} \mathbf{H}^{T} (\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1} = 0$$

или

$$\mathbf{K}_{\Delta \hat{\mathbf{X}}} = (\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1} \mathbf{H} \mathbf{K}_{\Delta \hat{\mathbf{\lambda}}} \mathbf{H}^{T} (\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1}.$$
(9)

Следует заметить, что матрица  $\mathbf{HK}_{\Delta \hat{\lambda}} \mathbf{H}^{T}$  является положительно- (неотрицательно) определенной и может быть представлена в виде

$$\mathbf{H}\mathbf{K}_{\Delta\hat{\lambda}}\mathbf{H}^{T} = \mathbf{S}_{\Delta\lambda}\mathbf{D}_{\Delta\lambda}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}^{T} = \left(\mathbf{S}_{\Delta\lambda}\mathbf{D}_{\Delta\lambda}^{1/2}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}^{T}\right)^{2}, \qquad (10)$$

где  $\mathbf{D}_{\Delta\lambda}$  — диагональная матрица, а  $\mathbf{S}_{\Delta\lambda}$  — ортогональная матрица, состоящие соответственно из собственных значений и собственных векторов матрицы  $\mathbf{HK}_{\lambda\hat{\lambda}}\mathbf{H}^{T}$ .

В связи с этим формула (9) может быть представлена следующим образом:

$$\mathbf{K}_{\Delta \hat{\mathbf{X}}} = (\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1} \left( \mathbf{S}_{\Delta \lambda} \mathbf{D}_{\Delta \lambda}^{1/2} \mathbf{S}_{\Delta \lambda}^T \right)^2 (\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1}$$

Умножение обеих частей этого уравнения слева и справа на матрицу  $\mathbf{S}_{\Delta\lambda} \mathbf{D}_{\Delta\lambda}^{1/2} \mathbf{S}_{\Delta\lambda}^T$  дает

$$\mathbf{S}_{\Delta\lambda}\mathbf{D}_{\Delta\lambda}^{1/2}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}^{T}\mathbf{K}_{\Delta\hat{\mathbf{X}}}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}\mathbf{D}_{\Delta\lambda}^{1/2}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}^{T} = \mathbf{S}_{\Delta\lambda}\mathbf{D}_{\Delta\lambda}^{1/2}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}^{T} (\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1} \left(\mathbf{S}_{\Delta\lambda}\mathbf{D}_{\Delta\lambda}^{1/2}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}^{T}\right)^{2} (\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1} \mathbf{S}_{\Delta\lambda}\mathbf{D}_{\Delta\lambda}^{1/2}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}^{T}$$

или

$$\mathbf{S}_{\Delta\lambda}\mathbf{D}_{\Delta\lambda}^{1/2}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}^{T}\mathbf{K}_{\Delta\hat{\mathbf{X}}}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}\mathbf{D}_{\Delta\lambda}^{1/2}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}^{T} = \left[\mathbf{S}_{\Delta\lambda}\mathbf{D}_{\Delta\lambda}^{1/2}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}^{T}\left(\mathbf{I}-\boldsymbol{\Lambda}\right)^{-1}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}\mathbf{D}_{\Delta\lambda}^{1/2}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}^{T}\right]^{2}.$$

Поскольку матрица, стоящая в левой части, является неотрицательно- (положительно) определенной, то с помощью ортогонального преобразования она может быть приведена к диагональной матрице:

$$\mathbf{S}_{\Delta\lambda}\mathbf{D}_{\Delta\lambda}^{1/2}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}^{T}\mathbf{K}_{\Delta\hat{\mathbf{X}}}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}\mathbf{D}_{\Delta\lambda}^{1/2}\mathbf{S}_{\Delta\lambda}^{T} = \mathbf{S}_{\Delta\mathbf{X}}\mathbf{D}_{\Delta\mathbf{X}}\mathbf{S}_{\Delta\mathbf{X}}^{T} = \left(\mathbf{S}_{\Delta\mathbf{X}}\mathbf{D}_{\Delta\mathbf{X}}^{1/2}\mathbf{S}_{\Delta\mathbf{X}}^{T}\right)^{2}, \qquad (11)$$

где  $\mathbf{D}_{\Delta \mathbf{X}}$  и  $\mathbf{S}_{\Delta \mathbf{X}}$  — диагональная и ортогональная матрицы, состоящие соответственно из собственных значений и собственных векторов матрицы  $\mathbf{S}_{\Delta \lambda} \mathbf{D}_{\Delta \lambda}^{1/2} \mathbf{S}_{\Delta \lambda}^T \mathbf{K}_{\Delta \hat{\mathbf{X}}} \mathbf{S}_{\Delta \lambda} \mathbf{D}_{\Delta \lambda}^{1/2} \mathbf{S}_{\Delta \lambda}^T$ .

Тогда имеет место уравнение

$$\left(\mathbf{S}_{\Delta \mathbf{X}} \mathbf{D}_{\Delta \mathbf{X}}^{1/2} \mathbf{S}_{\Delta \mathbf{X}}^{T}\right)^{2} = \left[\mathbf{S}_{\Delta \lambda} \mathbf{D}_{\Delta \lambda}^{1/2} \mathbf{S}_{\Delta \lambda}^{T} \left(\mathbf{I} - \boldsymbol{\Lambda}\right)^{-1} \mathbf{S}_{\Delta \lambda} \mathbf{D}_{\Delta \lambda}^{1/2} \mathbf{S}_{\Delta \lambda}^{T}\right]^{2},$$

из которого следует

И

где

$$\mathbf{S}_{\Delta \mathbf{X}} \mathbf{D}_{\Delta \mathbf{X}}^{1/2} \mathbf{S}_{\Delta \mathbf{X}}^{T} = \mathbf{S}_{\Delta \lambda} \mathbf{D}_{\Delta \lambda}^{1/2} \mathbf{S}_{\Delta \lambda}^{T} \left(\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda}\right)^{-1} \mathbf{S}_{\Delta \lambda} \mathbf{D}_{\Delta \lambda}^{1/2} \mathbf{S}_{\Delta \lambda}^{T}$$

$$(\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1} = \mathbf{S}_{\Delta \lambda} \mathbf{D}_{\Delta \lambda}^{-1/2} \mathbf{S}_{\Delta \lambda}^T \mathbf{S}_{\Delta \lambda} \mathbf{D}_{\Delta \mathbf{X}}^{1/2} \mathbf{S}_{\Delta \mathbf{X}}^T \mathbf{S}_{\Delta \lambda} \mathbf{D}_{\Delta \lambda}^{-1/2} \mathbf{S}_{\Delta \lambda}^T$$

Подстановка этих выражений в уравнение (8) дает формулу для вычисления матрицы коэффициентов **A** :

$$\mathbf{A} = \mathbf{S}_{\Delta\lambda} \mathbf{D}_{\Delta\lambda}^{-1/2} \mathbf{S}_{\Delta\lambda}^T \mathbf{S}_{\Delta\mathbf{X}} \mathbf{D}_{\Delta\mathbf{X}}^{1/2} \mathbf{S}_{\Delta\mathbf{X}}^T \mathbf{S}_{\Delta\lambda} \mathbf{D}_{\Delta\lambda}^{-1/2} \mathbf{S}_{\Delta\lambda}^T \mathbf{H} .$$
(12)

Нетрудно проверить, что подстановка этой матрицы в уравнение (3) обращает его в тождество.

Матрица коэффициентов (12) достаточно близка к матрице чувствительности **H**, но при этом обеспечивает равенство ковариационных матриц векторов вариаций фазовых координат моделей (1) и (2).

**Пример**. Рассмотрим свободное движение системы угловой стабилизации летательного аппарата в одной плоскости. Решение линеаризованного дифференциального уравнения

 $\Psi'' + c_1 \Psi' + c_2 \Psi = 0$ ,  $\Psi(0) = \Psi_0 = 0, 1$ ;  $\Psi'(0) = 0$ ;  $c_1 = 2c^{-1}$ ;  $c_2 = 1,25c^{-2}$ ,

описывающего угловое движение по углу рыскания  $\Psi(t)$ , имеет вид

$$\Psi(t) = A_0 e^{\lambda_1 t} \sin(\lambda_2 t + B_0), \qquad (13)$$
  
$$\lambda_1 = -1; \ \lambda_2 = 0.5; \ A_0 = -\frac{\Psi_0 \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}{\lambda_2} = -0.2236; \ B_0 = \arcsin\left(\frac{-\lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}\right) = -0.4637.$$

Примем, что под влиянием возмущающих факторов значения параметров  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  изменяются случайным образом относительно номинальных значений  $\lambda_{1H} = -1$  и  $\lambda_{2H} = 0, 5$ , т.е.  $\hat{\lambda}_1 = \lambda_{1H} + \Delta \hat{\lambda}_1$  и  $\hat{\lambda}_2 = \lambda_{2H} + \Delta \hat{\lambda}_2$ , причем случайные отклонения  $\Delta \hat{\lambda}_1$  и  $\Delta \hat{\lambda}_2$  распределены равномерно на интервалах [-a, a] и [-b, b] соответственно. Вследствие этих причин в любой фиксированный момент времени *t* угол поворота летательного аппарата  $\hat{\Psi}(t)=\Psi_{H}(t)+\Delta \hat{\Psi}(t)$  также будет изменяться по случайному закону, а номинальное движение аппарата будет описываться выражением (13). Математическое ожидание и второй начальный момент для  $\hat{\Psi}(t)$  определяются по формулам

$$\begin{split} \mathbf{M}\Big[\hat{\Psi}(t)\Big] &= \mathbf{M}\Big[A_{0}e^{\hat{\lambda}_{1}t}\sin(\hat{\lambda}_{2}t+B_{0})\Big] = A_{0}\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}e^{(\lambda_{1H}+\Delta\lambda_{1})t}d\Delta\lambda_{1}\frac{1}{2b}\int_{-b}^{b}\sin(\lambda_{2H}t+\Delta\lambda_{2}t+B_{0})d\Delta\lambda_{2} = \\ &= \frac{A_{0}e^{\lambda_{1H}t}\left(e^{at}-e^{-at}\right)\left[\cos(\lambda_{2H}t-bt+B_{0})-\cos(\lambda_{2H}t+bt+B_{0})\right]}{4abt^{2}}; \\ &\mathbf{M}\Big[\hat{\Psi}^{2}(t)\Big] = \mathbf{M}\Big[A_{0}^{2}e^{2\hat{\lambda}_{1}t}\sin^{2}(\hat{\lambda}_{2}t+B_{0})\Big] = \\ &= \frac{A_{0}^{2}e^{2\lambda_{1H}t}\left(e^{2at}-e^{-2at}\right)\left[4bt-\sin(2\lambda_{2H}t+2bt+2B_{0})+\sin(2\lambda_{2H}t-2bt+2B_{0})\right]}{32abt^{2}}. \end{split}$$

Дисперсия угла  $\hat{\Psi}(t)$  (отклонения  $\Delta \hat{\Psi}(t)$ ) определяется в соответствии с выражением

$$D\left[\hat{\Psi}(t)\right] = D\left[\Delta\hat{\Psi}(t)\right] = \mathbf{M}\left[\hat{\Psi}^{2}(t)\right] - \mathbf{M}^{2}\left[\hat{\Psi}(t)\right].$$
(14)

Пусть  $t_k = 10$  с,  $a = 0, 1 \cdot |\lambda_{1H}| = 0, 1, b = 0, 1 \cdot |\lambda_{2H}| = 0, 05$ , тогда  $D(\Delta \hat{\Psi}) = 4,0405 \cdot 10^{-11}$  рад<sup>2</sup>.

Модель, описывающая зависимость отклонения  $\Delta \hat{\Psi}$  от возмущений  $\Delta \hat{\lambda}_1$  и  $\Delta \hat{\lambda}_2$  и построенная на основе коэффициентов чувствительности, имеет вид  $\Delta \hat{\Psi}_{\rm H} = 9,9948 \cdot 10^{-5} \Delta \hat{\lambda}_1 +$ +1,7779  $\cdot 10^{-5} \Delta \hat{\lambda}_2$ . Дисперсия  $D(\Delta \hat{\Psi}_{\rm H}) = 3,3562 \cdot 10^{-11}$  рад<sup>2</sup>, а ее относительная погрешность составляет 17 %.

Линеаризованная предложенным выше способом зависимость  $\Delta \hat{\Psi}$  от  $\Delta \hat{\lambda}_1$  и  $\Delta \hat{\lambda}_2$  определяется следующим образом:  $\Delta \hat{\Psi}_{\rm M} = 1,0966 \cdot 10^{-4} \Delta \hat{\lambda}_1 + 1,9507 \cdot 10^{-5} \Delta \hat{\lambda}_2$ . При этом дисперсия  $D(\Delta \hat{\Psi}_{\rm M})$  совпадает с точным значением  $D(\Delta \hat{\Psi})$ , что свидетельствует о существенно более высокой точности разработанной модели по сравнению с моделью, построенной на основе коэффициентов чувствительности. Более того, она позволяет прогнозировать значения дисперсии  $D(\Delta \hat{\Psi})$  при изменении характеристик возмущений  $\Delta \hat{\lambda}_1$  и  $\Delta \hat{\lambda}_2$  без проведения многократных испытаний модели (1).

Пусть диапазоны изменения возмущений увеличились на 10 % по сравнению с принятыми при построении моделей, т.е.  $a = 0,11 \cdot |\lambda_{1H}| = 0,11, b = 0,11 \cdot |\lambda_{2H}| = 0,055$ . В этом случае точное значение дисперсии, найденное по формуле (14),  $D(\Delta \hat{\Psi}) = 5,0769 \cdot 10^{-11}$  рад<sup>2</sup>. Полученная выше линеаризованная модель дает оценку дисперсии  $D(\Delta \hat{\Psi}_{M}) = 4,889 \cdot 10^{-11}$  рад<sup>2</sup>, относительная погрешность которой менее 4 %. Для сравнения следует заметить, что относительная погрешность оценки дисперсии, полученной по модели, построенной на основе коэффициентов чувствительности, превышает 20 %.

Заключение. Предложенная модель связи вариаций фазовых координат системы управления ЛА с вектором отклонений ее параметров от расчетных значений однозначно отражает вероятностный характер этой зависимости. Разработанную модель целесообразно использовать при решении прямых задач, связанных с исследованием влияния характеристик разброса параметров системы управления на точность системы. Она оказывается весьма полезной и при решении обратных задач, когда по заданным требованиям к точности функционирования системы необходимо найти допустимые диапазоны изменений ее параметров.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Юсупов Р.М., Розенвассер Е. Н. Чувствительность систем управления М.: Наука, 1981. 464 с.
- 2. Арсеньев В. Н. Определение требований к характеристикам разброса параметров системы управления летательного аппарата // Изв. вузов. Приборостроение. 1996. Т. 39, № 8—9.
- 3. Росин М. Ф., Булыгин В. С. Статистическая динамика и теория эффективности систем управления М.: Машиностроение, 1981. 312 с.
- 4. *Миронов В. И.* Задача приведения вариаций фазовых координат динамических систем к заданным условиям испытаний // Изв. АН СССР. Сер. Техн. кибернетика. 1970. № 3.

Coodaning of gomonax

		Сведения од ивторих
Владимир Николаевич Арсеньев	_	д-р техн. наук, профессор; Военно-космическая академия им. А. Ф. Мо- жайского, кафедра автоматики и электроники, Санкт-Петербург;
		E-mail: vladar56@mail.ru
Андрей Геннадьевич Кохановский		канд. техн. наук; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайско-
		го, Санкт-Петербург; нач. отдела; E-mail: koxa.and.68@mail.ru
Александр Сергеевич Фадеев	_	канд. техн. наук; Центр эксплуатации объектов наземной космической
		инфраструктуры, Москва; генеральный директор
Рекомендована кафедрой		Поступила в редакцию
автоматики и электроники		10.07.12 г.

УДК 519.7

#### И.Б.ФУРТАТ

## АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕМИНИМАЛЬНО-ФАЗОВЫМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Представлено решение задачи адаптивного управления определенным классом нелинейных неминимально-фазовых объектов, когда измерению доступны только скалярные входной и выходной сигналы объекта. Приведены зависящие от параметров модели объекта и системы управления условия, при выполнении которых алгоритм управления, разработанный для минимально-фазовых объектов, работоспособен для неминимально-фазовых систем.

**Ключевые слова:** нелинейный объект, неминимально-фазовый объект, адаптивное управление, сингулярно возмущенная система.

**Введение.** При решении задачи управления объектом в условиях неопределенности, когда измерению доступны только скалярные входной и выходной сигнал объекта, часто выдвигается предположение о его минимально-фазовости. Наряду с этим в настоящее время предложены несколько решений по управлению неминимально-фазовыми объектами со скалярными входным и выходным сигналами в условиях неопределенности. Например, в работе [1] для управления неминимально-фазовыми устойчивыми объектами используется метод шунтирования. Последовательный компенсатор, позволяющий получить расширенную модель объекта с векторным управлением, рассмотрен в работе [2], однако это решение эффективно лишь для стабилизации объекта, который не подвержен воздействию внешних неконтролируемых возмущений.

В настоящей статье рассматривается решение задачи адаптивного слежения за эталонным выходным сигналом неминимально-фазовых нелинейных объектов определенного класса. Для синтеза закона управления используется модифицированный алгоритм адаптации высокого порядка [3]. Получены зависящие от параметров объекта и системы управления условия, при выполнении которых алгоритм, разработанный для минимально-фазовых систем, работоспособен и для неминимально-фазовых объектов.

Постановка задачи. Рассмотрим объект, модель которого описывается уравнением

$$Q(p)y(t) + N(p)g(y(t)) = kR(p)u(t), \ p^{i}y(0) = y_{i}, \ i = 1, ..., n,$$
(1)

где y(t), u(t) — скалярные выходной сигнал объекта и сигнал управления, доступные измерению; Q(p), N(p), R(p) — нормированные дифференциальные операторы; g(y(t)) — известная липшицева по y(t) гладкая нелинейность; p = d / dt — оператор дифференцирования; k > 0 — неизвестный коэффициент;  $y_i$  — неизвестные начальные условия.

Эталонную модель объекта определим уравнением

$$Q_m(p)y_m(t) = k_m r(t), \qquad (2)$$

здесь  $y_m(t)$  — выходной сигнал эталонной модели; r(t) — ограниченное задающее воздействие;  $Q_m(p)$  — известный нормированный дифференциальный оператор с постоянными коэффициентами, причем  $Q_m(\lambda)$  — гурвицев, где  $\lambda$  — комплексная переменная;  $k_m > 0$  — известный коэффициент.

Предположение 1. Коэффициенты операторов Q(p), N(p), R(p) и коэффициент k — неизвестные числа, которые зависят от вектора неизвестных параметров  $\vartheta \in \Xi$ , где  $\Xi$  — известное замкнутое множество возможных значений данных коэффициентов.

Предположение 2. Известны deg  $Q(p) = \deg Q_m(p) = n$ , deg R(p) = m, deg N(p) < n и относительная степень  $\gamma = n - m > 1$ .

Цель управления — синтез непрерывного закона регулирования, обеспечивающего ограниченность всех сигналов в замкнутой системе и выполнение целевого условия

$$|y(t) - y_m(t)| < \delta \text{ при } t \ge \tau \text{ и } \forall \vartheta \in \Xi,$$
(3)

где  $\tau > 0$  — момент времени, характеризующий начало выполнения неравенства (3);  $\delta > 0$  — малое число.

Метод решения. Запишем оператор R(p) в виде

$$R(p) = R^{+}(p)R^{-}(p), \qquad (4)$$

где  $R^+(\lambda)$  и  $R^-(\lambda)$  — многочлены с положительными и отрицательными вещественными частями корней соответственно; deg  $R^+(p) = m_1$ , deg  $R^-(p) = m_2$ .

Положим, что оператор  $R^+(p)$  можно представить в виде следующей суммы:

$$R^{+}(p) = R_0(p) + \theta p \Delta R_0(p), \qquad (5)$$

где  $R_0(\lambda)$  — произвольный известный гурвицев многочлен, deg  $R_0(p) = m_1$ ,  $\theta > 0$  — малый параметр. Запишем выражение (1), подставив в него уравнения (4) и (5):

$$Q(p)y(t) + N(p)g(y(t)) = kR^{-}(p)R_{0}(p)\left[1 + \frac{\theta p \Delta R_{0}(p)}{R_{0}(p)}\right]u(t).$$
(6)

Перепишем уравнение (6) в форме уравнений состояний:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Dg(y(t)) + B(u(t) + \sigma(t));$$

$$y(t) = L_1 x(t);$$

$$\dot{z}(t) = \theta^{-1} Fz(t) + N\dot{u}(t);$$

$$\sigma(t) = L_2 z(t),$$
(7)

где  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $z(t) \in \mathbb{R}^{m_1}$  — векторы состояния медленных и быстрых составляющих соответственно; *A*, *D*, *B*, *F*, *N*, *L*<sub>1</sub>, *L*<sub>2</sub> — числовые матрицы, полученные при переходе от выражения (6) к (7).

При  $\sigma(t) = 0$  первое уравнение системы (7) является минимально-фазовым, так как матрицы *A*, *B* и *L*<sub>1</sub> зависят от коэффициентов устойчивых многочленов *Q*( $\lambda$ ) и *kR*<sup>-</sup>( $\lambda$ )*R*<sub>0</sub>( $\lambda$ ). Третье же уравнение системы (7) является неминимально-фазовым, поскольку матрицы *F*, *N* и *L*<sub>2</sub> зависят от коэффициентов устойчивого *R*<sub>0</sub>( $\lambda$ ) и неустойчивого  $\Delta R_0(\lambda)$  многочленов. Поэтому необходимо определить возмущение  $\sigma(t)$ , при котором характер изменения системы (7) при  $\sigma(t) \neq 0$  будет подобен характеру изменения системы (7) при  $\sigma(t) = 0$ . Воспользуемся теоремой об устойчивости сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений [4], в соответствии с которой систему (7) перепишем следующим образом:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Dg(y(t)) + B(u(t) + \sigma(t));$$
  

$$y(t) = L_1x(t);$$
  

$$\theta \dot{z}(t) = Fz(t) + \theta N \dot{u}(t),$$
  

$$\sigma(t) = L_2z(t).$$

Согласно теореме [4] рассмотрим сначала последнюю систему при  $\theta = 0$ :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Dw(y(t)) + B(u(t) + \overline{\sigma}(t));$$

$$y(t) = L_1 x(t),$$

$$0 = F\overline{z}(t), \quad \overline{\sigma}(t) = L_2 \overline{z}(t).$$
(8)

Третье уравнение системы (8) имеет нулевое решение  $\bar{z}(t) = 0$ , а значит, и  $\bar{\sigma}(t) = 0$ . Преобразуем в системе (8) первое уравнение к виду

$$Q(p)y(t) + N(p)g(y(t)) = kR^{-}(p)R_{0}(p)u(t).$$
(9)

И.Б. Фуртат

Запишем операторы  $R^{-}(p)R_{0}(p)$  и Q(p) в виде сумм:

$$R^{-}(p)R_{0}(p) = 1 + \Delta R(p), \ Q(p) = Q_{m}(p) + \Delta Q(p),$$
(10)

здесь  $\Delta R(p)$ ,  $\Delta Q(p)$  — остатки разложения, deg  $\Delta R(p) = m$ , deg  $\Delta Q(p) < n$ .

С учетом выражений (2), (9) и (10) сформируем ошибку слежения  $e(t) = y(t) - y_m(t)$ :

$$Q_m(p)e(t) = k \Big( u(t) + \Delta R(p)u(t) - k^{-1} \Delta Q(p)y(t) - k^{-1}N(p)g(y(t)) - k^{-1}k_m r(t) \Big).$$
(11)

Для синтеза закона управления воспользуемся модифицированным алгоритмом адаптации высокого порядка [5]. В соответствии с работой [3] зададим закон управления *u*(*t*):

$$u(t) = T(p)\overline{v}(t) = T\xi(t), \ v(t) = c^{T}(t)w(t),$$
(12)

где T(p) — линейный дифференциальный оператор, причем  $T(\lambda)$  — гурвицев, deg T(p) = n - 1;  $\overline{v}(t)$  — оценка вспомогательного управляющего воздействия v(t); T — матрица-строка, составленная из коэффициентов оператора T(p);  $\xi(t) = \left[\overline{v}(t), \overline{v}(t), ..., \overline{v}^{(n-1)}(t)\right]^T$ ; c(t) — вектор настраиваемых параметров;  $w(t) = \left[V_u^T(t), V_y^T(t), V_g^T(t), y(t), v_r(t)\right]^T$  — вектор регрессии, сформированный с помощью следующих фильтров:

$$\begin{split} \dot{V}_{u}(t) &= KV_{u}(t) + bu(t), \quad V_{u}(0) = 0; \\ \dot{V}_{y}(t) &= KV_{y}(t) + by(t), \quad V_{y}(0) = 0; \\ \dot{V}_{g}(t) &= KV_{g}(t) + bg(y(t)), \quad V_{g}(0) = 0; \\ \dot{V}_{r}(t) &= KV_{r}(t) + br(t), \quad v_{r}(t) = LV_{r}(t), \quad V_{r}(0) = 0. \end{split}$$

$$\end{split}$$

$$(13)$$

Здесь  $V_u(t)$ ,  $V_y(t)$ ,  $V_g(t)$ ,  $V_r(t) \in \mathbb{R}^{n-1}$ ; K — матрица в форме Фробениуса с характеристическим многочленом  $T(\lambda)$ ;  $b = [0, ..., 0, 1]^T$  и L = [1, 0, ..., 0] имеют соответствующие размерности.

С учетом выражений (12) и (13) уравнение (11) преобразуем к виду

$$Q_m(p)e(t) = kT(p) \left\lfloor \left( c(t) - c_0 \right)^T w(t) + \overline{v}(t) - v(t) \right\rfloor,$$

где  $c_0$  — вектор неизвестных параметров, зависящий от коэффициентов операторов  $\Delta R(p)$ ,  $\Delta Q(p)/k$ , N(p)/k и коэффициента  $k_m/k$ .

Для реализации закона управления (12) введем наблюдатель [5]

$$\dot{\xi}(t) = G_0 \xi(t) + \Phi_0 \left( \overline{v}(t) - v(t) \right), \quad \overline{v}(t) = L \xi(t), \quad \xi(0) = 0,$$
(14)

здесь  $\xi(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $G_0 = \begin{bmatrix} 0 & I_{n-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ;  $I_{n-1}$  — квадратная единичная матрица порядка n-1;

 $\Phi_0 = -\left[d_1\mu^{-1}, d_2\mu^{-2}, \dots, d_n\mu^{-n}\right]^T, \mu > 0$  — достаточно малая величина,  $d_1, \dots, d_n$  выбираются исходя из условий гурвицевости матрицы  $G = G_0 - \overline{\Phi}L, \ \overline{\Phi} = \left[d_1, d_2, \dots, d_n\right]^T$ .

Введем в рассмотрение вектор ошибки оценки производных  $\overline{\eta}(t) = \Gamma^{-1} [\xi(t) - \zeta(t)]$ , где  $\Gamma = \text{diag}\{\mu^{n-1}, \mu^{n-2}, ..., \mu, 1\}, \zeta(t) = \left[v(t), \dot{v}(t), ..., v^{(n-1)}(t)\right]^T$ . Взяв производную по времени от

 $\overline{\eta}(t)$ , с учетом выражений (14) получим

$$\dot{\overline{\eta}}(t) = \mu^{-1} G \overline{\eta}(t) + b v^{(n+1)}(t),$$
  
$$\overline{v}(t) - v(t) = \mu^{n-1} L \overline{\eta}(t).$$

Преобразуем последнюю систему относительно выходной переменной:

$$\dot{\eta}(t) = \mu^{-1} G \eta(t) + \overline{b} \dot{v}(t), \quad \overline{v}(t) - v(t) = \mu^{n-1} L \eta(t), \tag{15}$$

где  $\eta_i(t) = \overline{\eta}_i(t) - \mu^{i-n} v^{(i)}(t), i = 2, ..., n-1, \eta_1(t) = \overline{\eta}_1(t); \overline{b} = \left[\mu^{1-n}, 0, ..., 0\right]^T$ .

Принимая во внимание выражения (15), преобразуем уравнение (11) к форме

$$Q_m(p)e(t) = kT(p) \Big[ (c(t) - c_0)^T w(t) + \mu^{n-1} L\eta(t) \Big].$$
(16)

**Утверждение 1.** Пусть выполнены условия предположений 1 и 2. Тогда существуют матрица  $\Lambda = \Lambda^T > 0$  и числа  $\alpha > 0$ ,  $\mu_0 > 0$ , такие что при  $\mu < \mu_0$  и  $\theta = 0$  система, состоящая из уравнений (12)—(16), совместно с алгоритмом адаптации

$$\dot{c}(t) = -\Lambda e(t)w(t) - \alpha c(t), \ c(0) = c_0$$
(17)

диссипативна и выполнено целевое условие (3).

Доказательство утверждения 1 аналогично доказательству, приведенному в работе [3]. Однако согласно постановке задачи объект управления (1) неминимально-фазовый. Поэтому получим условия работоспособности алгоритма (12)—(14) для исходной модели (7).

Введем вектор отклонений  $\Delta z(t) = z(t) - \overline{z}(t)$  для быстрых составляющих систем (7) и (8):

$$\Delta \dot{z}(t) = \frac{1}{\theta} F \Delta z(t) + N \dot{u}(t), \ \Delta \sigma(t) = L_2 \Delta z(t) .$$
(18)

Тогда уравнение для ошибки e(t), записанной в форме уравнений состояния, будет иметь следующий вид:

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_m \varepsilon(t) + k B_m \left[ \left( c(t) - c_0 \right)^T w(t) + \mu^{n-1} L \eta(t) \right] + B_{m_1} \psi(t), \quad e(t) = L \varepsilon(t).$$
(19)

Здесь  $\varepsilon(t) \in \mathbb{R}^n$ ;  $A_m$ ,  $B_m$ ,  $B_{m_1}$  — числовые матрицы, полученные при переходе от уравнения (16) к (19) с учетом результатов (18);  $\psi(t) = \mathbb{R}^-(p)\mathbb{R}_0(p)\sigma(t)/(Q_m(p))$ .

**Утверждение 2.** Пусть выполнены условия предположений 1 и 2. Существуют числа  $\mu > 0$  и  $\theta_0 > 0$ , такие что решениями матричных неравенств

$$A_{m}^{T}H_{1} + H_{1}A_{m} + 2\bar{k}^{2}\mu^{2n-2}H_{1}B_{m}L(H_{1}B_{m}L)^{T} + \frac{2}{\mu}H_{1}B_{m_{1}}(H_{1}B_{m_{1}})^{T} \leq -W_{1};$$

$$F^{T}H_{2} + H_{2}F + \frac{2\theta_{0}}{\mu}H_{2}NTG_{0}(H_{2}NTG_{0})^{T} + 2\theta_{0}\mu^{2n-2}H_{2}NT\Phi_{0}L(H_{2}NT\Phi_{0}L)^{T} \leq -W_{2},$$

$$G^{T}H_{3} + H_{3}G + 4\mu I_{n} + 2H_{2}\bar{b}(H_{2}\bar{b})^{T} \leq -W_{3}$$

$$(20)$$

являются положительно-определенные матрицы  $H_1$ ,  $H_2$  и  $H_3$ , где  $W_1 = W_1^T > 0$ ,  $W_2 = W_2^T > 0$ ,  $W_3 = W_3^T > 0$ ,  $k \le \overline{k}$ . Тогда при  $\theta < \theta_0$  система, состоящая из уравнений (12)—(14), (18), (19), диссипативна и выполнено целевое условие (3).

Доказательство утверждения 2 приведено в Приложении.

Пример. Пусть модель объекта управления задана следующим уравнением:

$$\left(p^{3} + a_{2}p^{2} + a_{1}p + a_{0}\right)y(t) + \left(p^{2} + f_{1}p + f_{0}\right)\ln\left(2 + \sin y(t)\right) = k\left(1 - \theta p\right)u(t).$$
(21)

Класс неопределенности  $\Xi$  задан неравенствами:  $-5 \le a_i \le 5$ ;  $-1 \le f_j \le 1$ ; i = 0, 1, 2; j = 0, 1;  $1 \le k \le 2$ . Множество значений  $\theta > 0$  подлежит определению.

Эталонную модель определим уравнением  $(p+1)^3 y_m(t) = r(t), r(t) = 1 + 2\sin t$ .

Зададим оператор T(p) в виде  $T(p) = p^2 + 2p + 1$  и сформируем фильтры (13) следующим образом:

$$\dot{V}_{u}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} V_{u}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \quad V_{u}(0) = 0; \quad \dot{V}_{y}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} V_{y}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} y(t), \quad V_{y}(0) = 0;$$

$$\dot{V}_{g}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} V_{g}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ln \left(2 + \sin y(t)\right), \quad V_{g}(0) = 0;$$

$$\dot{V}_{r}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} V_{r}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t), \quad v_{r}(t) = \begin{bmatrix} 1, 0 \end{bmatrix} V_{r}(t), \quad V_{r}(0) = 0.$$

Вектор регрессии зададим как  $w(t) = \left[V_y^T(t), V_u^T(t), V_g^T(t), y(t), v_r(t)\right]^T$ . Выберем  $\Phi = [3, 3, 1]^T$  и  $\mu = 0,01$  и сформируем наблюдатель (14) в виде

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_1(t) \\ \dot{\xi}_2(t) \\ \dot{\xi}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \\ \xi_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \cdot 10^{-2} \\ -3 \cdot 10^{-4} \\ -1 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix} (\overline{\nu}(t) - \nu(t)), \quad \overline{\nu}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xi(t), \quad \xi(0) = 0.$$

Пусть  $\Lambda = \text{diag} \{ 10I_3, 10^{-5}I_2, 10 \}$  и  $\alpha = 0,01$ , тогда закон управления (12) и алгоритмы адаптации (17) могут быть сформированы как

$$u(t) = \xi_1(t) + 2\xi_2(t) + \xi_3(t), \quad v(t) = c^T(t)w(t),$$
  
$$\dot{c}(t) = -\text{diag}\left\{10I_3, 10^{-5}I_2, 10\right\}e(t)w(t) - 0, 01c(t), \quad c(0) = 0.$$

Оценим интервал изменения для числа  $\theta$  с помощью неравенств (20), в котором алгоритм, разработанный для минимально-фазовых объектов, будет работоспособен и для неминимально-фазовых систем. Для этого предположим, что объект (21) можно представить в виде (7):

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -a_2 & 1 & 0 \\ -a_1 & 0 & 1 \\ -a_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} -1 \\ -f_1 \\ -f_0 \end{bmatrix} \ln \left( 2 + \sin y(t) \right) + k \begin{bmatrix} 0 \\ \theta \\ 1 \end{bmatrix} \left( u(t) + \sigma(t) \right), \ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t),$$

$$\dot{z}(t) = -\theta^{-1} z(t) - 2\dot{u}(t), \quad \sigma(t) = z(t).$$
(22)

Покажем, что система (22) соответствует (21). С учетом того, что  $y(t) = x_1(t)$  и  $\sigma(t) = z(t)$ , преобразуем (22) к виду

$$\left( p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 \right) y(t) + \left( p^2 + f_1 p + f_0 \right) \ln \left( 2 + \sin y(t) \right) = k \left( u(t) + \theta \dot{u}(t) + \sigma(t) + \theta \dot{\sigma}(t) \right),$$
  
 
$$\sigma(t) + \theta \dot{\sigma}(t) = -2\theta \dot{u}(t).$$

Подставив второе уравнение в первое, получим систему (21).

Пусть в системе (20)  $W_1 = 10^{-5}I_3$ ,  $W_2 = \theta_0$  и  $W_3 = I_3$ . Заменим матричные неравенства (20) равенствами. Тогда эти уравнения будут иметь решения при  $\theta_0 \in (0; 0,006]$ . Значения  $\theta_0$ , полученные при моделировании для объекта (21) с параметрами  $a_2 = a_1 = a_0 = -5$ ,  $f_1 = f_0 = -0.5$ , k = 1 для 1-го варианта и  $a_2 = -3$ ,  $a_1 = -1$ ,  $a_0 = 3$ ,  $f_1 = f_0 = 1$ , k = 2 — для 2-го варианта, находятся в интервале  $\theta_0 \in (0; 0,02]$ .

Для иллюстрации работоспособности предложенной схемы управления примем, что объект управления начинает функционировать при начальных условиях  $y(0) = \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = 1$  и  $\theta_0 = 0,02$ . На рисунке, *a*, *б* приведены графики переходных процессов по ошибке слежения e(t) при заданных параметрах объекта (21) для первого и второго вариантов соответственно.



Заключение. Решена задача адаптивного управления нелинейным неминимальнофазовым динамическим объектом со скалярным входным и выходным сигналами. При решении предполагалось, что объект управления можно представить в виде основного контура, описываемого минимально-фазовой передаточной функцией, и действующего на него возмущения, описываемого неминимально-фазовой системой. Модель объекта была декомпозирована на систему сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений, где определялись ограничения на малый параметр, при котором алгоритм управления работоспособен. Как показали результаты расчетов, ограничения на малый параметр зависят от параметров самого объекта управления и параметров настройки в алгоритме регулирования. Получено условие для нулей передаточной функции исходного объекта, при выполнении которого алгоритмы, разработанные для минимально-фазовых систем, работоспособны и для неминимально-фазовых объектов.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

*Доказательство утверждения 2.* С учетом выражений (12) и (14) преобразуем уравнение (18):

$$\Delta \dot{z}(t) = \theta^{-1} F \Delta z(t) + bT \Big( G_0 \xi(t) + \Phi_0 \mu^{n-1} L \eta(t) \Big), \quad \Delta \sigma(t) = L_1 \Delta z(t).$$
<sup>(23)</sup>

Перепишем уравнения (19), (23) и (15) следующим образом:

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_m \varepsilon(t) + k B_m \left( c(t) - c_0 \right)^T w(t) + k B_m \mu^{n-1} L \eta(t) + B_{m1} \psi(t);$$
  

$$\theta \Delta \dot{z}(t) = F \Delta z(t) + \theta N T \left( G_0 \xi(t) + \Phi_0 \mu^{n-1} L \eta(t) \right),$$
  

$$\dot{\eta}(t) = \mu^{-1} G \eta(t) + \overline{b} \dot{v}(t).$$
(24)

Воспользуемся первой леммой из работы [4], взяв функцию Ляпунова в виде

$$P(t) = \varepsilon^{T}(t)H_{1}\varepsilon(t) + \Delta z^{T}(t)H_{2}\Delta z(t) + \eta^{T}(t)H_{3}\eta(t) + (c(t) - c_{0})^{T}(c(t) - c_{0}).$$
(25)

Согласно лемме [4] рассмотрим систему (24) при  $\theta = 0$ . Тогда второе уравнение этой системы имеет нулевое решение:  $\Delta z(t) = 0$ . Значит, функция  $\frac{R^{-}(p)R_{0}(p)}{Q_{m}(p)}\sigma(t)$  ограничена в

силу гурвицевости многочленов  $Q_m(\lambda)$ ,  $R_0(\lambda)$ . В соответствии с утверждением 1 система (24) диссипативна и все переменные в ней ограничены. Тогда  $|\psi(t)| < \delta_1$ ,  $|\xi(t)| < \delta_2$ ,  $|\dot{v}(t)| < \delta_3$ ,  $|c(t) - c_0(t)| < \delta_4$ , где  $\delta_i > 0$ , i = 1, ..., 4.

Определим теперь значение  $\theta_0$ , при котором исходная система диссипативна. Пусть  $\theta = \theta_0$ . Возьмем производную по времени от функции (25) вдоль траекторий (17) и (24):

$$\dot{P}(t) = \varepsilon^{T}(t) \left( A_{m}^{T} H_{1} + H_{1} A_{m} \right) \varepsilon(t) + 2\varepsilon^{T}(t) H_{1} k B_{m} \left( c(t) - c_{0} \right)^{T} w(t) + + 2\varepsilon^{T}(t) H_{1} k \mu^{n-1} B_{m} L \eta(t) + 2\varepsilon^{T}(t) H_{1} B_{m_{1}} \psi(t) + \theta_{0}^{-1} \Delta z^{T}(t) \left( F^{T} H_{2} + H_{2} F \right) \Delta z(t) + + 2\Delta z^{T}(t) H_{2} N T \left( G_{0} \xi(t) + \Phi_{0} \mu^{n-1} L \eta(t) \right) + + \mu^{-1} \eta^{T}(t) \left( G^{T} H_{3} + H_{3} G \right) \eta(t) + 2\eta^{T}(t) H_{3} \overline{b} \dot{v}(t) + 2\dot{c}^{T}(t) \left( c(t) - c_{0} \right).$$

Воспользуемся следующими оценками:

$$\begin{aligned} 2\varepsilon^{T}(t)H_{1}k\mu^{n-1}B_{m}L\eta(t) &\leq 2\overline{k}^{2}\mu^{2n-2}\varepsilon^{T}(t)H_{1}B_{m}L(H_{1}B_{m}L)^{T}\varepsilon(t) + 2\eta^{T}(t)\eta(t);\\ 2\varepsilon^{T}(t)H_{1}B_{m_{1}}\psi(t) &\leq 2\mu^{-1}\varepsilon^{T}(t)(H_{1}B_{m_{1}})^{T}H_{1}B_{m_{1}}\varepsilon(t) + 2\mu\delta_{1}^{2};\\ 2\Delta z^{T}(t)H_{2}NTG_{0}\xi(t) &\leq 2\mu^{-1}\Delta z^{T}(t)H_{2}NTG_{0}(H_{2}NTG_{0})^{T}\Delta z(t) + 2\mu\delta_{2}^{2};\\ 2\Delta z^{T}(t)H_{2}NTD_{0}\mu^{n-1}L\eta(t) &\leq 2\mu^{2n-2}\Delta z^{T}(t)H_{2}NT\Phi_{0}L(H_{2}NT\Phi_{0}L)^{T}\Delta z(t) + 2\eta^{T}(t)\eta(t),\\ 2\eta^{T}(t)H_{2}\overline{b}\dot{v}(t) &\leq \frac{2}{\mu}\eta^{T}(t)H_{2}\overline{b}(H_{2}\overline{b})^{T}\eta(t) + 2\mu\delta_{3}^{2}.\end{aligned}$$

Подставив оценки в производную функции Ляпунова, с учетом системы (20) получим  $\dot{P}(t) \leq -\varepsilon^{T}(t)W_{1}\varepsilon(t) - \theta_{0}^{-1}\Delta z^{T}(t)W_{2}\Delta z(t) - \mu^{-1}\eta^{T}(t)W_{3}\eta(t) - 2\mu(c(t) - c_{0})^{T}(c(t) - c_{0}) + 2\mu\overline{\delta} ,$ где  $\overline{\delta} = \delta_{1}^{2} + \delta_{2}^{2} + \delta_{3}^{2} + \delta_{4}^{2}$ .

С учетом (23) оценим последнее неравенство:

$$\dot{P}(t) \leq -\chi V(t) + 2\mu \overline{\delta} , \quad \chi = \min\left\{\frac{\lambda_{\min}(W_1)}{\lambda_{\max}(H_1)}, \frac{\lambda_{\min}(W_2)}{\theta_0 \lambda_{\max}(H_2)}, \frac{\lambda_{\min}(W_3)}{\mu \lambda_{\max}(H_3)}, 2\mu\right\}$$

Решив данное неравенство, получим  $P(t) \le P(0)e^{-\chi t} + 2\mu\chi^{-1}(1-e^{-\chi t})\overline{\delta}$ . Используя это выражение, найдем оценку  $\delta$  в целевом условии (3) при  $t = \tau$ :

$$\delta \leq \sqrt{\lambda_{\min}^{-1}(H_1) \left( P(0) e^{-\chi \tau} + 2\mu \chi^{-1} \left( 1 - e^{-\chi \tau} \right) \overline{\delta} \right)} \,.$$

Из этого неравенства очевидно, что, уменьшая величину µ, можно достичь требуемой точности оценки δ в выражении (3). Очевидно, что условия (20) грубые, однако из них следует, что существует значение θ, при котором алгоритм управления, разработанный для минимально-фазовых систем, работоспособен для определенного класса неминимально-фазовых объектов.

Статья подготовлена по результатам работ, выполненных при финансовой поддержке федеральной целевой программой "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007—2013 гг." (государственный контракт № 11.519.11.4007).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке МАТLAB. СПб: Наука, 1999.
- Цыкунов А. М. Применение адаптивного динамического регулятора для управления объектом по выходу // Тр. Междунар. конф. "Идентификация систем и задачи управления" SICPRO'2005 / Ин-т проблем управления М., 2005. С. 1349—1357.
- 3. Цыкунов А. М. Модифицированный адаптивный алгоритм высокого порядка для управления линейным объектом по выходу // Автоматика и телемеханика. 2006. № 8. С. 143—152.
- 4. Халил Х. К. Нелинейные системы. СПб: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2009.
- 5. *Atassi A. N., Khalil H. K.* A separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems // IEEE Trans. Automat. Control. 1999. Vol. 44, N 9. P. 1672—1687.

#### Сведения об авторе

*Игорь Борисович Фуртат* — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: cainenash@mail.ru

Рекомендована Институтом проблем машиноведения РАН Поступила в редакцию 04.10.12 г.

УДК 921.01

#### Л. В. ЕФРЕМОВ, Ж. В. КУМОВА

# МЕТРОЛОГИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ МЕРИТЕЛЬНОГО ИНСТРУМЕНТА УЧЕБНОГО И НАУЧНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

На примере проверки технического состояния ряда мерительных инструментов, используемых в учебной и научной работе, демонстрируется эффективность нового критерия "запас метрологической надежности". Приводятся рекомендации по совершенствованию методов обучения правилам измерений при освоении новых приборов.

**Ключевые слова:** вероятность, метрологическая надежность, погрешность, прибор, человеческий фактор.

В последнее время в приборостроении получает распространение методика оценивания исправности средств измерений, основанная на критерии, названном запасом метрологической надежности [1—3]. Этот критерий представляет собой квантиль двухпараметрического нормального распределения Z вероятности  $\beta$  недостижения предела погрешности  $h_a$  с учетом в общем случае изменения как систематической  $h_c$ , так и случайной  $\sigma_{cn}$  погрешности прибора:

$$Z = \frac{h_a - h_c}{\sigma_{c\pi}} \Longrightarrow \beta = \operatorname{cnorm}(Z), \qquad (1)$$

где спогт — оператор в программе MathCad.

В настоящей статье представлены новые результаты метрологических исследований, проводимых на кафедре технологии металлов и судоремонта Мурманского государственного технического университета и направленных на совершенствование учебного процесса и научной деятельности университетских кафедр технологического профиля. Приведены примеры решения ряда задач, связанных с оценкой влияния различных факторов на достоверность измерений линейных размеров такими инструментами, как штангенциркули, микрометры, нутромеры и др., с регистрацией результатов по нониусу, электронному дисплею или индикаторной круговой шкале. Выбор для исследования этих относительно простых средств измерений обусловлен тем, что величина их случайной погрешности, как правило, мала по сравнению с другими более сложными приборами. Поэтому на примере таких средств измерений проще решать рассматриваемые задачи.

Постоянными исходными данными для решения задач являются паспортные характеристики средств измерений, включая предел погрешности  $h_a$  для заданного размера эталона  $H_a$ (концевой меры длины или опорного размера). Переменные исходные данные (результаты измерений) оформляются в редакторе EXCEL в виде матрицы выборки погрешности измерений  $h_i = H_i - H_a$  объемом N = 25, где  $H_i$  — измеряемый размер. Затем осуществляется перенос вектора погрешности  $h_i$  в редактор MathCad, где вычисляются запас метрологической надежности Z и вероятность  $\beta$  по формуле (1), а также систематическая  $h_c$  и случайная (средняя квадратическая)  $\sigma_{cn}$  погрешности по следующим формулам:

$$h_{\rm c} = |h_{\rm cp}|, \ h_{\rm cp} = \frac{\sum_{i=1}^{N} h_i}{N}, \ \sigma_{\rm cn} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (h_i - h_{\rm cp})^2}{N - 1}}.$$
 (2)

Расчеты по формуле (1) выполнялись в двух вариантах. Кроме основного расчета с учетом систематической погрешности, производился расчет при  $h_c = 0$  для исправленной выборки измерений.

Запас метрологической надежности является основным критерием оценки качества измерений, его допустимые значения  $Z_{\alpha}$  могут составлять 1,5 ( $\beta = 0.93319$ ), 2 ( $\beta = 0.97725$ ), 3 ( $\beta = 0.99865$ ) или 6 ( $\beta = 1$ ) в зависимости от постановки задачи и назначения средства измерений (подробнее — см. работу [1]). Кроме того, алгоритмы расчета содержат построение графиков распределений вероятностей, "ящиков с усами" и итоговых таблиц.

Рассмотрим примеры решения некоторых задач.

**Первая задача**. О влиянии человеческого фактора на достоверность поверки измерительного прибора. Для решения этой задачи был выбран штангенциркуль ШЩ-I-200-0,02 с пределом погрешности 0,02 мм. Измерения выполнялись тремя операторами — условно, студентами Дмитрием, Ильей и Сергеем, которые не имели специального опыта (I этап измерений). Испытывались концевые меры (эталоны)  $H_a = 30$ , 45 и 50 мм. Результаты расчета исследуемых показателей для  $H_a = 30$  мм при разнице (размахе) между максимальным и минимальным членами выборки, составляющей 0,04, приведены в табл. 1, где  $Z_1$  и  $Z_2$  — запасы метрологической надежности с учетом и без учета систематической погрешности,  $\beta_1$  и  $\beta_2$  вероятности, соответствующие  $Z_1$  и  $Z_2$ .

								Таолица Т
Исполн	итель	<i>h</i> <sub>c</sub> , мм	σ <sub>сл</sub> , мм	$h_a$ , мм	$Z_1$	$\beta_1$	$Z_2$	$\beta_2$
Дмитрий		0,0264	0,0099	0,02	-0,643	0,26	2,0101	0,9778
Илья	І этап	0,0144	0,0169	0,02	0,332	0,6302	1,1868	0,8823
Сергей		0,0132	0,0141	0,02	0,484	0,6857	1,4225	0,9226
Группа		0,018	0,015	0,02	0,134	0,553	1,335	0,909
Дмитрий		0,0264	0,013	0,08	4,02	1	6	1
Илья	II этап	0,0144	0,017	0,08	3,893	1	4,747	1
Сергей		0,0132	0,014	0,08	4,751	1	5,69	1

Анализ таблицы подтверждает существенное влияние человеческого фактора на достоверность поверки. При выполнении одинаковых замеров одного и того же эталона одним и тем же инструментом, но разными людьми были получены разные результаты расчета при недопустимо низком значении  $Z_1$  и соответствующей ему вероятности  $\beta_1$  недостижения предела погрешности. Исключение систематической погрешности позволило несколько увеличить эти показатели, но они все равно оказались ниже нормы. Причина ошибочности измерений объясняется известной субъективностью прочтения точных результатов по нониусу, разной силой сближения губок штангенциркуля, неопытностью при их установке к поверхности эталона и другими субъективными факторами.

Для окончательного определения степени влияния человеческого фактора на достоверность измерений этими же студентами после обучения были повторены измерения с помощью штангенциркуля ШЦ-Ш-160-0,05 с пределом погрешности 0,05 (II этап: см. табл. 1). Обучение дало разные результаты: так, Дмитрий лучше всех освоил измерения, получив высокое значение Z (более 4) за счет малой систематической и случайной погрешностей. Вторая задача. О влиянии конструкции мерительного инструмента на достоверность поверки по концевым мерам. Эта задача решалась путем выполнения измерений одних и тех же опорных размеров (концевой меры или детали) разными инструментами, но одним и тем же оператором. Примеры расчета метрологических характеристик пяти вариантов приборов приведены в табл. 2.

Прибор	Марка	На, ММ	$h_a$ , мм	$h_{\rm c}$ , мм	σ., ММ	Размах	$Z_1$	лици 2 Zə
	ШЦ-Ш-160-0,05	40	0,05	0,004	0,011	0,05	4,167	4,49
Штангенциркуль с нониусом	ШЦ-ІІ-250-0,1	30	0,08	-0,002	0,013	0,01	5,88	6
Штангенциркуль цифровой	ШЦЦ-І-150	30	0,03	-0,016	0,038	0,11	0,382	0,797
		30	0,004	0,001	0,003	0,01	1,156	1,445
Микрометр гладкий	MK 50-1	40	0,004	0	0,001	0	6	6
Микрометр цифровой	МКЦ 50	30	0,002	0,001	0,001	0,003	1,17	2,25
икрометр рычажный	MP-50-1	30	0,002	-0,0055	0,001	0,004	-3,463	1,99

Для штангенциркулей с отсчетом показаний по нониусу получены высокие значения  $Z_1$  и  $Z_2$  (от 4 до 6) вследствие малых значений  $h_c$  и  $\sigma_{cn}$  относительно умеренных требований к  $h_a$  (0,05...0,08). Высокая надежность этих инструментов позволяет использовать их не только в ходе учебного процесса и научных работ, но и на производстве при техническом контроле деталей с соответствующими квалитетами.

Более осторожные выводы можно сделать относительно метрологической надежности штангенциркуля ШЩЦ-I-150 с цифровым дисплеем. Для него получены совершенно недопустимые значения  $Z_1 = 0,382$  ( $\beta_1=0,649$ ) и  $Z_2 = 0,797$  ( $\beta_2=0,787$ ), что связано с большим значением



 $\sigma_{cn} = 0,038$  мм. При этом был выявлен необычный характер изменения погрешности  $h_i$  (рис. 1): из 25 измерений в четырех случаях значение отклонилось от нуля на очень большую величину — 0,1 мм! По-видимому, это явление связано со сбоем передачи сигнала при перемещении каретки на цифровой дис-

плей. Такое резкое, хотя и редкое отклонение погрешности от нуля можно назвать "выбросами", которые следует устранять специальными методами [1] при многократных измерениях.

Метрологическую надежность микрометров в целом можно оценить как достаточно хорошую, учитывая довольно жесткие требования к их пределам погрешности (от 0,002 до 0,004 мм). Наиболее надежным оказался простейший микрометр с нониусом, для которого получено  $\sigma_{cn} = 0$  и наивысшее значение Z = 6. Микрометр с электронным дисплеем и рычажный микрометр со стрелочным индикатором имеют небольшую систематическую и случайную погрешности (0,001 мм), что обеспечивает допустимое значение Z = 2.

**Третья задача**. О влиянии конструкции мерительного инструмента на достоверность измерения диаметра отверстия. Объектом исследования в этой задаче были специально изготовленные детали с отверстиями диаметром 27, 45 и 80 мм при  $R_a = 6,3$  мкм. Цель работы заключалась в отработке методики измерений диаметров отверстий и выборе более точного типа прибора для внутренних измерений.

Исследования были разбиты на два этапа. На первом предварительном этапе операторы выполняли измерения диаметров цифровым штангенциркулем и индикаторным нутромером без четких указаний по выбору точек и направлению измерений. Были получены очень низкие показатели метрологической надежности цифрового штангенциркуля ШЦЦІ-І-150 (например,  $Z_2 = 0,44$  при диаметре 80 мм) из-за большого рассеяния ( $\sigma_{cn} = 0,068$  мм и размах 0,3) при относительном малом  $h_c = 0,05$  мм. Такой результат объясняется двумя причинами — указанной выше особенностью передачи сигнала на дисплей и случайным выбором точек замера по окружности отверстия. Несколько лучшие характеристики получены для нутромера НИ-20-200: в этом случае наблюдается относительно малая случайная погрешность ( $\sigma_{cn} = 0,005$  мм), но очень большая положительная систематическая погрешность ( $h_c = + 0,206$  мм), что привело к снижению  $Z_1$ .

Перед вторым этапом работы была выполнена более тщательная подготовка к испытаниям путем четкой разметки точек и направлений измерений отверстия. Применялись приборы четырех типов (табл. 3) при одинаковой позиции измерений детали.

							14	олица 5
Прибор	Марка	$H_a$ , мм	$h_a$ , мм	$h_{\rm c}$ , мм	σ <sub>сл</sub> , мм	Размах	$Z_1$	$Z_2$
Штангенциркуль цифровой	ШЦЦ-І-150	80	0,03	-0,007	0,014	0,05	1,689	2,208
Штангенциркуль с нониусом	ШЦ-І-130	80	0,07	0	0,012	0	6	6
Нутромер метрический	HM-75-600	80	0,015	0,026	0,02	0,07	-0,535	0,738
Нутромер индикаторный	НИ-20-200	80	0,015	0,042	0,004	0,01	-6,256	3,431

Результаты исследований, показанные в табл. 3 и на рис. 2, позволяют сделать однозначный вывод о более высокой метрологической надежности простого штангенциркуля с нониусом, имеющего наивысшее значение Z = 6, так как  $h_c = 0$  и величина  $\sigma_{cn}$  мала. Для электронного штангенциркуля ШЩЦ-I-150 получены удовлетворительные результаты по сравнению с предварительными измерениями ( $Z \approx 2$  при  $h_a = 0,03$  мм). Наименее надежным  $(Z_2=0,738)$  оказался метрический нутромер из-за повышенного значения  $\sigma_{cn} = 0,02$  мм, что объясняется существенным влиянием случайных факторов при установке положения элементов при измерениях. Индикаторный нутромер имеет более высокую надежность ( $Z_2 = 3,43$ ) по причине меньшего рассеяния погрешности ( $\sigma_{cn} = 0,004$  мм).



Интересно отметить, что во всех случаях были выявлены заметные положительные систематические погрешности нутромеров (0,04...0,25 при  $h_a = 0,015$  мм), тогда как при измерениях того же объекта внешними губками штангенциркулей этот показатель был близок к нулю. Можно предположить, что положительное значение систематической погрешности нутромеров обусловлено созданием распорного усилия и тугой посадкой измерительной системы. Измерение внешними губками штангенциркулей сопровождается скользящей посадкой, что обеспечивает снижение этой погрешности до минимума.

Четвертая задача. О влиянии нормирования предела погрешности на достоверность поверок и измерений. Анализ формулы (1) и приведенные выше результаты исследований позволяют сделать вывод о существенном влиянии на метрологическую надежность средств измерений нормы предела погрешности, установленной поставщиком. С другой стороны, при обмерах конкретных деталей величина  $h_a$  может корректироваться в зависимости от требуемого квалитета. Зачастую можно предъявить менее жесткие требования к пределу погрешности в зависимости от назначения деталей. Например, если при решении первой задачи значение  $h_a = 0,02$  мм было бы увеличено до 0,08 мм, то даже неопытными студентами были бы получены приемлемые показатели измерений (см. табл. 1, II этап: грубые измерения "уложились" в более грубый допуск погрешности).

Для корректировки предела погрешности можно применить формулу  $h_a = Z_{\mu} \sigma_{cn}$ , частным случаем которой является правило "трех сигм". Например, для инструментов учебного

назначения можно принять  $Z_{\pi} = 2$  (согласно теории неопределенностей), а для средств измерений научного назначения —  $Z_{\pi} = 3$ . Так, при  $\sigma_{c\pi} = 0,013$  мм в первой задаче можно было для применения инструментов в научной работе принять  $h_a = 0,04$  мм после устранения систематической погрешности.

**Пятая задача**. О разработке методики освоения новых средств измерений. Приведенные в настоящей статье результаты метрологических исследований не имеют своей целью заменить существующие правила поверки средств измерений геометрических размеров. Однако представленные примеры решения задач показывают актуальность организации на технологических кафедрах вузов предварительных многократных измерений для оценки запаса метрологической надежности новых приборов в целях выявления и устранения систематических и случайных погрешностей. В частности, в методике обучения особое внимание следует уделить приборам, которые имеют случайные "выбросы" погрешностей внутреннего происхождения или систематические погрешности из-за несовершенства технологии установки измерительных датчиков (например, у нутромеров). Объективным критерием качества средств измерений в процессе обучения должен быть принят запас метрологической надежности, определяемый по алгоритмам работы [4].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Ефремов Л. В.* Запас метрологической надежности как критерий оценки исправности средств измерений // Изв. вузов. Приборостроение. 2010. Т. 53, № 7. С. 51—54.
- 2. *Ефремов Л. В.* Моделирование трендов погрешности диагностических приборов // Там же. 2010. Т. 53, № 2. С. 38—43.
- 3. *Ефремов Л. В.* Оценка интервалов между калибровками с учетом запаса метрологической надежности средств измерений // Там же. 2010. Т. 53, № 12. С. 34—40.
- 4. *Ефремов Л. В.* Вероятностная оценка метрологической надежности средств измерений: алгоритмы и программы. СПб: Нестор-История, 2011. 200 с.

	Сведения об авторах
Леонид Владимирович Ефремов	 д-р техн. наук, профессор; Мурманский государственный технический
	университет, кафедра технологии металлов и судоремонта;
	E-mail: levlefr@mail.ru
Жанна Викторовна Кумова	 аспирант; Мурманский государственный технический университет, кафедра технологии металлов и судоремонта; E-mail: zhannakmv@yandex.ru
Рекомендована кафедрой	Поступила в редакцию
мехатроники СПбНИУ ИТМО	18.07.12 г.

УДК 531.717

# В. А. КУЛИКОВ, А. В. КУЛИКОВ

#### ЦЕНА ДЕЛЕНИЯ И РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ШКАЛЫ

Рассматривается новое понятие разрешающей способности шкалы по отношению к распределению показаний при измерении. На этой основе решается вопрос о соотношении цены деления шкалы и систематической погрешности прибора, соотношении случайной и систематической составляющих погрешности и оценки погрешности измерения в целом.

*Ключевые слова:* шкала, цена деления, разрешающая способность, случайная погрешность, систематическая погрешность, погрешность измерения.

Повышение точности измерений и правильная оценка погрешности измерений позволяют уменьшить ошибки контроля деталей и тем самым снизить издержки производства и предотвратить ухудшение функциональных свойств соединений деталей в узлах. При оценке погрешности измерения и выборе средств измерения цена деления шкалы по существу не учитывается. Редкие суждения о соотношении цены деления шкалы и погрешности прибора носят характер предположений. Поправки Шеппарда уточняют моменты наблюдаемых распределений. Однако вопрос наблюдаемости случайных распределений показаний при измерении вообще не ставится. Между тем постановка этого вопроса представляет особый интерес, так как цена деления шкалы накладывает ограничение на точность отсчета и, следовательно, на наблюдаемость распределений показаний прибора.

В настоящей статье приведен математический анализ вопроса.

В соответствии с ГОСТ 8.207-76 [1] погрешность измерения ∆ определяется в зависимости от отношения систематической погрешности Θ к выборочному среднему квадратическо-

му отклонению результата измерения  $s(\tilde{A})$ :  $\frac{\Theta}{s(\tilde{A})}$ . Для оценки  $s(\tilde{A})$  выполняется ряд изме-

рений величины с показаниями x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, ..., x<sub>n</sub>.

Рассмотрим условия, при которых распределение показаний прибора будет наблюдаемым. Только в этом случае возможна оценка случайной составляющей погрешности и, в конечном счете, суммарной погрешности измерения в целом.

Распределение показаний 6 со средним квадратическим отклонением (СКО)  $\sigma$  будет наблюдаемым, если в пределах размаха *w* выборки *n* "укладывается" по меньшей мере два деления шкалы. Размах *w* — случайная величина, интегральное распределение *P*(*w*) которой обусловливается, в свою очередь, распределением исходной совокупности *P*(*x*) и объемом выборки *n*. Для выборок из нормальной совокупности с параметрами ( $\xi$ ,  $\sigma$ ) интегральная функция случайной величины в нормированном виде *W*=*w*/ $\sigma$  обсчитана с большой точностью (до 4-го знака после запятой) и представлена в табличной форме (см. работу [2]). В этой же работе приведены значения коэффициента  $\alpha_n$  в выражении для несмещенной оценки СКО  $\sigma$  в исходной совокупности.

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\alpha}_n \mathbf{M}\{\boldsymbol{w}\}. \tag{1}$$

Из уравнения (1) следует выражение для математического ожидания размаха:

$$\mathbf{M}\{w\} = \frac{1}{\alpha_n} \boldsymbol{\sigma}.$$
 (2)

Границы доверительных интервалов размаха определяются по таблице  $P_n(w)$ , а для выборок объемом  $n \le 12$  заданы непосредственно отдельной таблицей. Приравнивая размах двум делениям шкалы, получаем выражение для разрешающей способности шкалы (РСШ), в делениях шкалы,

$$\Omega = \frac{6\sigma}{0.5w},\tag{3}$$

понимаемой как минимальное значение зоны рассеяния показаний, случайное распределение которой может наблюдаться на шкале при измерениях.

Отсюда следует возможность оценки, в делениях шкалы, ненаблюдаемой случайной погрешности, СКО  $\sigma$  и погрешности измерения  $\Delta$  в целом для любых шкал вне зависимости от результатов измерений для рассматриваемого случая, когда распределение находится на грани наблюдаемости.

При меньших значениях зоны рассеяния распределение не наблюдается и погрешность измерения принимается равной неисключенной систематической погрешности. Остается неопределенность в отношении случайной составляющей, значение которой может достигать половины значения  $\Omega$ . Для того чтобы судить о возможной ошибке в оценке погрешности измерения, рассмотрим табл. 1 и 2.

				Таолица Т
Пот	0.1070	Значе	ние параметр	а при <i>п</i>
IIaj	баметр	5	10	20
	min	0,85σ	1,67σ	2,45σ
W	max	4,2σ	4,79σ	4,8σ
	$\mathbf{M}\{w\}$	2,33σ	3,08σ	3,8σ
	min	2,8	2,5	2,5
Ω, д.ш.	max	14	7	5
	$\mathbf{M}\{\Omega\}$	5,15	4	—
	min	1,4	1,25	1,25
ε, д.ш.	max	7	3,5	2,5
	$M\{\epsilon\}$	2,57	2	—
	min	0,47	0,4	0,4
σ, д.ш.	max	2,33	1,16	0,8
	$M{\sigma}$	0,86	0,65	—

Таблица 2

Паг	аметр				1	Значени	е парам	етра при	иΘ, д.ш.				
IIap	Jamerp		0,5			1,0			5			10	
	n	5	10	20	5	10	20	5	10	20	5	10	20
	max	>0,8	>0,8	>0,8	>0,8	>0,8	>0,8	>8	>8	>8	>8	>8	>8
Θ	min	<0,8	<0,8	<0,8	<0,8	0,83	>0,8	<8	4,3	6,25	4,3	>8	>8
σ	$M\left\{\frac{\Theta}{\sigma}\right\}$	<0,8	<0,8	_	>0,8	>0,8	_	5,8	7,7	_	>8	>8	
Δ,	$\sigma_{min}$	1,4	1,25	1,25	1,6	1,6	1,6	5	5	5	10	10	10
д.ш.,	$\sigma_{max}$	7,0	3,5	2,5	7,0	3,5	2,5	8,4	6,4	6,0	12,8	10	10
при	$M{\sigma}$	2,57	2,0		2,44	2,04		7,47	5		10	10	
	min	3,4	2,5	2,5	1,6	1,6	1,6	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
Δ	max	14,0	7,0	5,0	7,0	3,5	2,5	1,68	1,28	1,2	1,28	1,0	1,0
Θ	$\mathbf{M}\left\{\frac{\Delta}{\Theta}\right\}$	5,14	4,0	_	2,44	2,04	_	1,49	1,0		1,0	1,0	1,0

В табл. 1 и 2 приведены следующие параметры:

— размах  $w_{\min}$  и  $w_{\max}$  в выборке объемом *n*, определенные как границы доверительного интервала с вероятностью 0,95 по таблицам Пирсона [2], и **M**{*w*} как математическое ожидание размаха по формуле (2);

— РСШ  $\Omega$  по формуле (3), случайная погрешность  $\varepsilon = 1/2\Omega$  и СКО  $\sigma = 1/6\Omega$ , в делениях шкалы (д.ш.);

46

— погрешность измерения  $\Delta$  в целом по гос. стандарту, в делениях шкалы, с учетом возможной ненаблюдаемой случайной составляющей; СКО  $\sigma$ , определенное по размаху, и оценка  $s(\tilde{A})$  равноценны как несмещенные состоятельные оценки генерального среднего квадра-

тического отклонения, поэтому, как и в ГОСТ [1],  $\Delta = \varepsilon$  при  $\frac{\Theta}{\sigma} \le 0.8$ ,  $\Delta = \Theta$  при  $\frac{\Theta}{\sigma} \ge 8$ ,

$$\Delta = KS_{\Sigma}$$
 при 0,8<  $\frac{\Theta}{\sigma}$  <8;

— неисключаемая систематическая погрешность  $\Theta$  (инструментальная погрешность), значения которой принимаются как  $\Delta$  в соответствии с гос. стандартом без учета возможной ненаблюдаемой случайной погрешности измерения;

 $-\frac{\Delta}{\Theta}$  — возможное превышение действительного значения погрешности измерения по

сравнению с принимаемым по гос. стандарту без учета ограниченной наблюдаемости случайного распределения по шкале.

Итак, ограниченная ценой деления шкалы точность отсчета накладывает ограничение на наблюдаемость случайных распределений показаний прибора, если таковые есть, а анализ табл. 1 и 2 показывает следующее.

1. Минимальная ошибка в оценке погрешности или ее отсутствие может наблюдаться при использовании средств измерений с высокой, по сравнению с инструментальной погрешностью, точностью отсчета по шкале, когда цена деления шкалы в 5 и более раз меньше инструментальной погрешности (рычажные микрометры и рычажные скобы с ценой деления шкалы 0,002 мм и предельной погрешностью 26—30 мкм и более при измерении достаточно больших линейных размеров; универсально-измерительные микроскопы; приборы с индуктивными преобразователями с ценой деления шкалы 0,1 мкм и др. [3]).

2. При использовании средств измерения с погрешностью 0,5 деления шкалы действительное значение погрешности измерения в рассматриваемых условиях, т.е. при ненаблюдаемом распределении, может превышать принимаемое по гос. стандарту значение в среднем в 4—5 раз в зависимости от объема выборки.

3. Увеличение объема выборки позволяет уточнить верхнюю границу погрешности в сторону уменьшения; в среднем это уменьшение незначительно.

Устранить неопределенность в отношении ненаблюдаемой случайной составляющей погрешности можно одним из двух способов:

— путем использования средств измерения с достаточно малой по отношению к инструментальной погрешности ценой деления шкалы (до десятой части) или применения методов измерения с заданной точностью отсчета [4];

— посредством оценивания случайной составляющей погрешности измерения, а следовательно, и погрешности измерения в целом по максимально возможному значению разрешающей способности шкалы; в этом случае принимаемые по гос. стандарту значения по-

грешности необходимо увеличивать в  $\frac{\Delta}{\Theta}$  раз в соответствии с табл. 2.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. ГОСТ 8. 207-76 ГСИ. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения. Введ. 01.01.77. М.: Изд-во стандартов, 1976.
- 2. *Pearson E. S.* The Probability Integral of the Range in Samples of *n* Observations from a Normal Population [Электронный ресурс]: <a href="http://biomet.oxfordjournals.org/content/32/3-4.toc">http://biomet.oxfordjournals.org/content/32/3-4.toc</a>>.

- 3. Единая система допусков и посадок СЭВ в машиностроении и приборостроении. Контроль деталей: Справочник. М.: Изд-во стандартов, 1987.
- 4. *Куликов В. А.* Исследование метода суммирования в измерениях линейных размеров // Тез. докл. Первой науч.-техн. конф. "Состояние и проблемы технических измерений". М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1994.

Валентин Александрович Куликов	 <i>Сведения об авторах</i> канд. техн. наук, доцент; Государственный университет морского и речного флота им. адм. С. О. Макарова, кафедра технологии судо-
Александр Валентинович Куликов	 ремонта, Санкт-Петербург; E-mail: valekulikov@yandex.ru ООО НПП "Центрсервисинформ", Санкт-Петербург; вед. инженер; E-mail: 21412@bk.ru
Рекомендована кафедрой технологии судоремонта	Поступила в редакцию 24.01.12 г.

47

# ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

УДК 62-50

# А. И. КОРШУНОВ

# ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА СТАБИЛИЗАЦИИ ВЫХОДНОГО НАПРЯЖЕНИЯ ИМПУЛЬСНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Рассмотрен способ повышения качества стабилизации выходного напряжения импульсного повышающего преобразователя постоянного тока. Способ основан на сочетании управления по возмущающему воздействию, выполняющего основную функцию, с управлением по отклонению выходного напряжения от заданного значения. Показана возможность ослабления резонансных свойств преобразователя и уменьшения отклонений в переходных режимах за счет увеличения емкости выходного конденсатора. Оценено влияние нелинейности преобразователя на качество стабилизации выходного напряжения.

**Ключевые слова:** качество стабилизации, импульсный повышающий преобразователь постоянного тока, комбинированное управление.

**Введение.** В работе [1] для систем с периодическим высокочастотным изменением структуры рассмотрена предельная непрерывная модель, учитывающая только плавную составляющую фазовых координат системы. Показано, что изменение относительной длительности составляющих периода переключения структуры при управлении системой оказывается для ее предельной непрерывной модели не сигнальным, а параметрическим воздействием.



Влияние этих нелинейных особенностей на свойства замкнутых систем проанализировано в работе [2] на примере стабилизации выходного напряжения импульсного повышающего преобразователя постоянного тока, схема которого приведена на рис. 1. Проведенный анализ показал следующее.

1. При используемых частотах периодического изменения структуры замкнутой системы ее предельная непрерывная модель корректно описывает свойства реальной системы.

2. Параметрический характер управляющего воздействия, представляющего собой изменение относительной длительности ( $\tau$ ) составляющих периода (T) переключения структуры системы ( $\tau/T=\gamma_1$ , ( $T-\tau$ )/ $T=\gamma_2=1-\gamma_1$ ), делает ее предельную непрерывную модель нелинейной, а в линеаризованном варианте проявляется в неминимально-фазовых свойствах модели.

3. Условие абсолютной инвариантности линеаризованной системы стабилизации к возмущающему воздействию (изменению напряжения питания U) физически реализуемо, но не может быть практически реализовано, поскольку вследствие неминимально-фазовых свойств системы цепь связи по возмущающему воздействию оказывается неустойчивой. 4. По причине, указанной в п. 3, в замкнутой системе стабилизации при пропорциональном регуляторе невозможно обеспечить достаточно высокий коэффициент стабилизации даже в статическом режиме.

5. Использование интегрального (И) или пропорционально-интегрального (ПИ) регуляторов позволяет исключить в статическом режиме ошибку стабилизации. Однако путем последовательной коррекции с помощью пропорционального (П) или ПИ-регулятора возможно, как известно [3], изменить нежелательные (в рассматриваемом случае резонансные) свойства объекта управления (повышающего преобразователя). Поэтому система стабилизации обладает ярко выраженными резонансными свойствами по отношению к возмущающему воздействию. Это вызывает снижение коэффициента стабилизации на частотах пульсации напряжения U, близких к резонансной частоте, до значений, меньших единицы, что означает не подавление, а усиление пульсаций. Реакция на скачкообразное приращение напряжения питания (скачок возмущающего воздействия) хотя и затухает до нуля, но в переходном процессе достигает значения, превышающего приращение выходного напряжения  $U_2$ , определенного по статической характеристике преобразователя.

В настоящей статье исследуется способ повышения качества стабилизации выходного напряжения U<sub>2</sub> преобразователя, базирующийся на следующих соображениях.

Стабилизация напряжения  $U_2$ , основанная на управлении по его отклонению от заданного значения, для традиционных регуляторов не дает желаемого качества. Поэтому компенсировать основную составляющую отклонения, вызываемого изменением напряжения питания, можно, реализуя управление по возмущающему воздействию, представляющему собой отклонение напряжения U от номинального значения  $U_0$ :  $u = U - U_0$ . Для этого достаточно изменять величину  $\gamma$  в зависимости от u. Иными словами, при u > 0 время накопления ( $\tau$ ) электромагнитной энергии L в дросселе следует уменьшать, а при u < 0 — увеличивать. При этом управляющее воздействие к преобразователю прикладывается непосредственно в момент появления возмущающего воздействия, а не с запаздыванием, необходимым для появления отклонения  $U_2$  от его заданного значения  $U_1$ , т.е.  $u_2 = U_1 - U_2$ . Это позволяет при управлении по возмущению обеспечить лучшие динамические свойства преобразователя.

Другим и более опасным возмущающим воздействием является резкий сброс нагрузки преобразователя, т.е. скачкообразное увеличение сопротивления  $R_{\rm H}$ , что может привести к значительному повышению  $U_2$  в переходном режиме. Возможности ограничения роста  $U_2$  в переходном режиме за счет управления весьма ограничены, поскольку даже при уменьшении  $\tau$  ( $\gamma_1$ ) до нуля дроссель продолжит отдавать запасенную электромагнитную энергию конденсатору C, вызывая увеличение  $U_2$  (см. рис. 1). Очевидным способом борьбы с повышением  $U_2$ , не требующим усложнения схемы преобразователя, является увеличение емкости конденсатора C сверх необходимой для подавления пульсаций  $U_2$ , что, естественно, повлечет за собой рост габаритов преобразователя. Однако, как будет показано далее, увеличение емкости конденсатора позволит ослабить резонансные свойства преобразователя и значительно уменьшить амплитуду его реакции на скачок напряжения питания.

Разумеется, полностью отказаться от управления по отклонению не удастся, поскольку вследствие нелинейности преобразователя добиться точного равенства  $U_2 = U_1$  ( $u_2 = 0$ ) позволяет только использование И- или ПИ-регулятора. Тем не менее требования к динамическим свойствам замкнутого контура регулирования в системе стабилизации комбинированного управления при этом оказываются значительно менее жесткими.

**Предельная непрерывная модель преобразователя и ее линеаризация.** Согласно полученному в работе [1] результату предельная непрерывная модель повышающего преобразователя (см. рис. 1) описывается векторно-матричным дифференциальным уравнением

$$\frac{dX}{dt} = AX + BU, \ U_2 = \mathbf{c}^T X \,, \tag{1}$$

50 А. И. Коршунов где  $X^{T} = [i, U_{2}]$  — вектор фазовых координат преобразователя;  $U^{T} = [U, 0]$  — вектор внешних воздействий;  $A = \gamma_1 A_1 + \gamma_2 A_2$ ,  $B = \gamma_1 B_1 + \gamma_2 B_2$ ;  $\gamma_1 + \gamma_2 = 1$ ,  $\gamma_1 = \tau / T$ ,  $\gamma_2 = (T - \tau)/T = 1 - \gamma_1; \tau$  и  $T - \tau$  — составляющие периода T изменения структуры преобразователя;  $A_1$  и  $A_2$  — постоянные матрицы,  $B_1$  и  $B_2$  — постоянные векторы:

$$A_{1} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & 0\\ 0 & -\frac{1}{R_{H}C} \end{bmatrix}, \quad A_{2} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & -\frac{1}{L}\\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_{H}C} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & -\frac{\gamma_{2}}{L}\\ \frac{\gamma_{2}}{C} & -\frac{1}{R_{H}C} \end{bmatrix}, \quad B = B_{1} = B_{2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L}\\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0\\ 1 \end{bmatrix},$$

где *г* — активное сопротивление дросселя.

Система нелинейных дифференциальных уравнений, соответствующая векторноматричному уравнению (1), имеет вид

$$\frac{di}{dt} = -\frac{r}{L}i - \frac{1}{L}\gamma_{2}U_{2} + \frac{1}{L}U_{2}, 
\frac{dU_{2}}{dt} = \frac{1}{C}\gamma_{2}i - \frac{1}{R_{H}C}U_{2}.$$
(2)

Постоянным значениям  $\gamma_1 = \gamma = \gamma_0$ ,  $\gamma_2 = 1 - \gamma = 1 - \gamma_0$ ,  $U = U_0$ , согласно выражению (1), соответствует стационарный режим (dX / dt = 0) преобразователя:

$$X_0 = -A_0^{-1}B_0U_0, \quad U_{20} = \mathbf{c}^T X_0, \tag{3}$$

где

$$A_{0} = \gamma_{0}A_{1} + (1 - \gamma_{0})A_{2};$$

$$B_{0} = B, \quad X_{0}^{T} = [I_{0}, \quad U_{20}];$$

$$I_{0} = \frac{U_{0}}{r + R_{H}(1 - \gamma_{0})^{2}},$$

$$U_{20} = R_{H}(1 - \gamma_{0})I_{0}.$$
(4)

Поведение замкнутого преобразователя при малых отклонениях от стационарного режима, соответствующего  $\gamma = \gamma_0$  и  $U = U_0$ , можно оценить по линеаризованному уравнению его возмущенного движения. Обозначив  $Y = X - X_0$ ,  $\delta = \gamma - \gamma_0$ ,  $u = U - U_0$ , получим уравнение возмущенного движения:

$$\frac{dY}{dt} = [A_0 + \delta(A_1 - A_2)](X_0 + Y) + B(U_0 + u) = A_0X_0 + \delta A_3X_0 + A_0Y + \delta A_3Y + B_0U_0 + B_0u, \quad (5)$$

где  $A_3 = A_1 - A_2$ .

Учитывая выражения (3) и сохраняя в дифференциальном уравнении (5) только члены первого порядка малости, получаем линеаризованные уравнения возмущенного движения:

$$\frac{dY}{dt} = A_0 Y + A_3 X_0 \delta + B_0 u, \quad u_2 = U_2 - U_{20} = \mathbf{c}^T (X - X_0) = \mathbf{c}^T Y.$$
(6)

Переходя к изображениям по Лапласу в уравнениях (6) при нулевых начальных значениях, получаем

$$u_{2}(p) = \mathbf{c}^{T} Y(p) = \mathbf{c}^{T} (\mathbf{I}p - A_{0})^{-1} A_{3} X_{0} \delta(p) + \mathbf{c}^{T} (\mathbf{I}p - A_{0})^{-1} B_{0} u(p) = W_{1}(p) \delta(p) + W_{2}(p) u(p),$$
(7)

где I — единичная 2×2-матрица;  $Y(p), \delta(p), u(p), u_2(p)$  — преобразования по Лапласу соответствующих векторных и скалярных функций времени;  $W_1(p) = \frac{u_2(p)}{\delta(p)} =$ 

$$= \mathbf{c}^{T} (p\mathbf{I} - A_{0})^{-1} A_{3}X_{0}, W_{2}(p) = \frac{u_{2}(p)}{u(p)} = \mathbf{c}^{T} (p\mathbf{I} - A_{0})^{-1} B_{0}$$
 — передаточные функции линеари-

зованной предельной непрерывной модели преобразователя по управляющему и по возмущающему воздействиям соответственно.

Выполнив необходимые преобразования, получим

$$W_1(p) = \frac{u_2(p)}{\delta(p)} = \frac{S_1(p)}{Q_2(p)}, \quad S_1(p) = -b_1 p + b_0, \quad Q_2(p) = p^2 + a_1 p + a_0; \quad (8)$$

$$W_2(p) = \frac{u_2(p)}{u(p)} = \frac{D_0(p)}{Q_2(p)}, \quad D_0(p) = g_0, \tag{9}$$

где

$$a_{1} = \frac{1}{T_{H}} + \frac{1}{T_{Ap}}, \quad a_{0} = \frac{q}{rT_{H}T_{Ap}}, \quad b_{1} = \frac{U_{0}R_{H}}{qT_{H}}, \quad q = r + R_{H}(1 - \gamma_{0})^{2}$$
$$b_{0} = b_{1}\frac{q - 2r}{rT_{Ap}}, \quad g_{0} = \frac{1 - \gamma_{0}}{LC}, \quad T_{Ap} = \frac{L}{r}, \quad T_{H} = R_{H}C.$$

На рис. 2 приведена структурно-динамическая схема линеаризованного преобразователя при малых отклонениях от стационарного режима, которую целесообразно использовать для анализа и синтеза систем традиционными инженерными методами.

Согласно вышеизложенному система стабилизации напряжения при комбинированном управлении в линеаризованном варианте может быть представлена структурно-динамической схемой, приведенной на рис. 3, где  $W_{\rm B}(p)$  — передаточная функция регулятора прямой связи по возмущающему воздействию,  $W_{\rm p}(p)$  — передаточная функция регулятора в замкнутом контуре.



Стабилизация выходного напряжения при управлении по возмущающему воздействию. Как показано в работе [2], в силу наличия положительного нуля передаточной функции (8) скомпенсировать возмущающее воздействие даже в линеаризованной модели невозможно.

Однако вполне реально исключить влияние u на  $u_2$  в статическом режиме (u=const) и при отсутствии контура отрицательной обратной связи ( $W_p(p)=0$ ). Для этого достаточно принять

$$W_{\rm B}(p) = g_0 / b_0 \,. \tag{10}$$

Действительно, в этом случае с учетом выражений (8) и (9) получаем

$$\Phi_{1}(p) = W_{2}(p) - W_{B}(p)W_{1}(p) = \frac{g_{0} - \frac{g_{0}}{b_{0}}(-b_{1}p + b_{0})}{Q_{2}(p)} = \frac{f_{1}p}{Q_{2}(p)}, \quad f_{1} = \frac{g_{0}}{b_{0}}b_{1}, \quad (11)$$

что и обеспечивает  $u_2=0$  при u=const в установившемся режиме.

Передаточная функция (11) позволяет найти аналитические выражения для характеристик системы, необходимых для оценки качества стабилизации: амплитудно-частотной характеристики (АЧХ)  $A(\omega)$  и переходной h(t).

Исследование АЧХ на экстремум позволяет определить "резонансную" частоту  $\omega_m$  и "резонансный" максимум  $A_m$ :

$$\omega_{m} = \sqrt{a_{0}} = \sqrt{q_{1} / (T_{H}T_{дp})} \approx (1 - \gamma_{0}) / \sqrt{LC},$$

$$A_{m} = A(\omega_{m}) = f_{1} / a_{1} = (1 - \gamma_{0}) / [q_{1}(1 + T_{H} / T_{dp})] \approx$$

$$\approx 1 / [(1 - \gamma_{0})(1 + T_{H} / T_{dp})], \quad q_{1} = q / r = 1 + (1 - \gamma_{0}^{2})R_{H} / r \approx (1 - \gamma_{0}^{2})R_{H} / r.$$
(12)

Приближенные выражения (12) получены с учетом неравенства  $R_{\rm H} \gg r$ , выполняемого в реальных условиях. Их анализ показывает, что для уменьшения "резонансного" пика необходимо увеличивать отношение  $T_{\rm H} / T_{\rm дp}$ , что следует и из физических представлений.

Исследование переходной характеристики

$$h(t) = \frac{f_1}{\omega} e^{-a_1 t/2} \sin(\omega t), \quad \omega = \sqrt{a_0 - (a_1/2)^2}$$
(13)

на экстремум в случае комплексно-сопряженных полюсов  $\Phi_1(p)$  при  $a_0 > a_1^2 / 4$  дает ее максимальное значение  $h_m$ , принимаемое при  $t = t_m = [\operatorname{arctg}(2\omega / a_1)]/\omega$ :

$$h_m = h(t_m) = (f_1 / \omega)e^{-a_1 t_m/2} \sin(\omega t_m).$$

Обозначив  $x = T_{\rm дp} / T_{\rm H}$ , получим условие выполнения неравенства  $a_0 > a_1^2 / 4$ :

$$x_1 < x < x_2, \quad x_{1,2} = 2q_1 - 1 \mp \sqrt{(2q_1 - 1)^2 - 1},$$
 (14)

а также зависимость от x максимума  $h_m$  и времени его достижения:

$$h_m = G \frac{e^{-\arctan y/y}}{\sqrt{x}}, \quad y = \sqrt{4q_1 x/(x+1)^2 - 1}, \quad G = \frac{(1-\gamma_0)R_{\rm H}/r}{(q_1-2)\sqrt{q_1}} \approx \frac{\sqrt{r/R_{\rm H}}}{(1-\gamma_0)^2}; \tag{15}$$

$$t_m = T_{\rm дp} \frac{2x \arctan y}{(x+1)y}.$$
(16)

На рис. 4 представлены графики (кривые *l* и *2* соответственно) зависимостей  $\lg(h_m / G)$  и  $\lg(t_m / T_{ap})$  от отношения  $x = T_{ap} / T_{H}$ , построенные для  $R_{H} / r = 200$  и  $\gamma_0 = 0,5112$ .

Для использованных в этом примере значений параметров:  $L = 6,914 \cdot 10^{-3}$  Гн, r = 0,2 Ом,  $T_{\rm дp} = 3,457 \cdot 10^{-2}$  с,  $R_{\rm H} = 40$  Ом,  $C = 1,414 \cdot 10^{-5}$  Ф,  $T_{\rm H} = 5,656 \cdot 10^{-4}$  с — получено  $x = 1,636 \cdot 10^{-2}$ , G=0,2992, а по выражениям (15) и (16) —  $h_m = 1,2$ ,  $t_m = 7,43 \cdot 10^{-4}$  с. Согласно выражениям (12)  $\omega_m = 1,58 \cdot 10^3$  с<sup>-1</sup>,  $A_m = 2,06$ .

Учитывая, что речь идет о повышающем преобразователе 100/200 В, на "резонансной" частоте имеет место не подавление возможных пульсаций напряжения питания, а их неболь-  $\lg \frac{h_m}{G}$ ,  $\lg \frac{t_m}{T_{ap}}$ 

ние возможных пульсаций напряжения питания, а их небольшое усиление. Причина этого заключается в искусственно заниженном значении емкости конденсатора фильтра за счет увеличенных пульсаций выходного напряжения преобразователя (для более наглядного сравнения выходного напряжения преобразователя и его предельной непрерывной модели).

Увеличение емкости в 10 раз приводит к практически незаметным пульсациям выход-



ного напряжения преобразователя. При этом получаем  $h_m = 0,556, t_m = 2,8,\cdot 10^{-3}$  с,  $\omega_m = 500 \text{ c}^{-1}, A_m = 1,80$ . Дальнейшее увеличение емкости на порядок (*C*=1,414·10<sup>-3</sup> Φ) дает  $h_m = 0,189, t_m = 9,1\cdot 10^{-3}$  с,  $\omega_m = 158 \text{ c}^{-1}, A_m = 0,793$ . Соответствующая переходная характеристика представлена на рис. 5.



Заметим, что в последнем случае отношение  $T_{\rm H}/T_{\rm дp}$  составляет всего 1,636. Дальнейшее увеличение *C* позволяет существенно снизить значения  $h_m$ ,  $A_m$  и ослабить колебательный характер переходного процесса. Разумеется, необходимо учитывать увеличение габаритов конденсатора. Длительность переходного процесса при этом увеличивается в меньшей степени, чем  $t_m$ .

При резком сбросе нагрузки (отключении  $R_{\rm H}$ ) выходное напряжение повышается за счет отдачи электро-

магнитной энергии дросселя конденсатору. Если при этом не изменять  $\tau$  ( $\gamma$ ), то переходный процесс описывается дифференциальным уравнением колебательного звена, получаемым из системы дифференциальных уравнений предельной непрерывной модели преобразователя [1]:

$$T^{2} \frac{d^{2}U_{2}}{dt^{2}} + 2\xi T \frac{dU_{2}}{dt} + U_{2} = E, \quad E = \frac{U}{1 - \gamma_{0}}, \quad T = \frac{\sqrt{LC}}{1 - \gamma_{0}}, \quad \xi = \frac{r\sqrt{C}}{2(1 - \gamma_{0})\sqrt{L}}, \quad (17)$$

где ξ=0,0925, что свидетельствует о медленном затухании процесса; из выражения (17) следует возможность увеличения ξ и ускорения затухания колебаний за счет увеличения емкости.

Для оценки максимума выходного напряжения  $U_2$ , достигаемого во время переходного процесса, можно принять  $\xi=0$ . В результате исследования решения уравнения (17) на максимум находим

$$U_{2\max} = E + \sqrt{(U_2(0) - E)^2 + (dU_2 / dt(0) / \Omega)^2}, \quad \Omega = (1 - \gamma_0) / \sqrt{LC}.$$
(18)

При начальных условиях  $U_2(0) \approx U/(1-\gamma_0)$ ,  $dU_2/dt(0) \approx U/[(1-\gamma_0)^2 R_{\rm H}C]$  получаем относительную величину повышения выходного напряжения:

$$\frac{U_{2\max} - U_2(0)}{U_2(0)} \approx \frac{\sqrt{L/C}}{R_{\rm H}(1 - \gamma_0)^2} = \frac{\sqrt{0,006914/0,001414}}{40 \cdot (0,4888)^2} = 0,231.$$

При меньших значениях C (1,44·10<sup>-5</sup> и 1,44·10<sup>-4</sup> Ф) получаем соответственно 0,732 и 2,31. Такое значительное повышение выходного напряжения может вывести преобразователь из строя.

Повышение напряжения можно ограничить, если установить  $\tau=0$  ( $\gamma=0$ ). В этом случае с учетом E = U и  $\Omega = 1/\sqrt{LC}$  находим

$$\frac{U_{2\max} - U_2(0)}{U_2(0)} \approx -\gamma + \sqrt{\gamma^2 + \frac{L/C}{(1 - \gamma_0)^2 R_{\rm H}^2}} = -0,5112 + \sqrt{0,5112^2 + \frac{0,006914/0,001414}{0,4888^2 \cdot 40^2}} = 0,0125$$

При значениях *C*, упомянутых выше, получаем соответственно 0,123 и 0,73. Разумеется, после достижения максимума выходного напряжения необходимо восстановить прежнее значение т. Очевидно, что выходное напряжение увеличится и получит приращение относительно номинального значения:

$$\frac{U_2 - U_{20}}{U_{20}} = \frac{r}{(1 - \gamma_0)^2 R_{\rm H}}, \quad U_2 = \frac{U}{(1 - \gamma_0)}, \quad U_{20} = \frac{U}{(1 - \gamma_0)} \frac{R_{\rm H}}{R_{\rm H} + r/(1 - \gamma_0)^2}.$$
 (19)

В рассматриваемом примере после затухания переходного процесса установится напряжение холостого хода, превышающее номинальное на

$$\frac{r}{(1-\gamma)^2 R_{\rm H}} \cdot 100 \% = \frac{0.2}{(0.4888)^2 \cdot 40} \cdot 100 \% = 2.1 \%.$$

Восстановить заданное значение выходного напряжения можно, используя замкнутый контур регулирования с интегральным или пропорционально-интегральным регулятором, необходимым также для устранения ошибки стабилизации, вызываемой нелинейностью преобразователя.

Стабилизация выходного напряжения с использованием замкнутого контура. Полагая регулятор пропорционально-интегральным, т.е. выбрав

$$W_{\rm p}(p) = K_{\Pi} + K_{\rm H} / p$$

согласно схеме, представленной на рис. 3, получаем

$$\Phi_{2}(p) = \frac{W_{2}(p) - W_{B}(p)W_{1}(p)}{1 + W_{p}(p)W_{1}(p)} = \frac{b_{1}\frac{s_{0}}{b_{0}}p^{2}}{pQ_{2}(p) + (K_{\Pi}p + K_{H})(-b_{1}p + b_{0})} = \frac{b_{2}p^{2}}{c_{3}p^{3} + c_{2}p^{2} + c_{1}p + c_{0}},$$
(20)

 $\sigma_{\circ}$ 

54

где  $K_{\Pi}$  и  $K_{U}$  — параметры пропорциональной и интегральной составляющих ПИрегулятора;  $c_3 = 1$ ,  $c_2 = a_1 - K_{\Pi}b_1$ ,  $c_1 = a_0 + K_{\Pi}b_0 - K_{U}b_1$ ,  $c_0 = K_{U}b_0$ ,  $b_2 = g_0b_1/b_0$ .

Анализ устойчивости замкнутого контура позволил выделить область устойчивости в плоскости параметров ПИ-регулятора ( $K_{\Pi}$ ,  $K_{H}$ ), ограниченную осью  $K_{\Pi}$  и нижней ветвью гиперболы (рис. 6):

$$K_{\rm H} = \frac{(a_0 + b_0 K_{\rm \Pi})(a_1 - b_1 K_{\rm \Pi})}{b_0 + a_1 b_1 - b_1^2 K_{\rm \Pi}} = \left(\frac{a_0}{b_1} + \frac{b_0}{b_1} K_{\rm \Pi}\right) \frac{a_1 - b_1 K_{\rm \Pi}}{a_1 + b_0 / b_1 - b_1 K_{\rm \Pi}}.$$
(21)
$$K_{\rm H}, c^{-1} = \frac{a_0 a_1}{b_0 - a_1 b_1}$$

$$0, 14 = \frac{a_0 a$$

Puc. 6

Область устойчивости, представленная на рис. 6, построена для параметров преобразователя, рассмотренных в работе [1], при  $C=1,414\cdot10^{-3}$  Ф.

Полученный результат позволяет определить области устойчивости и для частных случаев пропорционального регулятора:

 $-a_0 / b_0 < K_{\Pi} < a_1 / b_1$ , (22) и интегрального регулятора:

$$0 < K_{\rm H} < a_0 a_1 / (b_0 + a_1 b_1). \tag{23}$$

На рис. 7 представлена переходная характеристика линеаризованной модели преобразователя с параметрами замкнутого контура  $K_{\Pi}$ =0,002,  $K_{H}$ =0,03 c<sup>-1</sup>, обозначенная как  $h_{3}(t)$ . Сравнение  $h_{3}(t)$  с исходной переходной характеристикой h(t) линеаризованной модели без замкнутого контура показывает, что использование замкнутого контура позволяет несколько



уменьшить значение  $h_m$ , но усилить при этом колебательный характер переходного процесса и замедлить его затухание.

Влияние нелинейности на свойства системы стабилизации выходного напряжения. Хорошее совпадение результатов, полученных для линеаризованной модели преобразователя и его нелинейной модели, зависит, как известно, от величины отклонений и свойств нелинейной модели системы. В рассматриваемом случае при скачке, не превышающем 2—3 В, первые два колебания переходного процесса, вызванные скачком напряжения питания преобразователя  $u=U-U_0$ , практически совпадают с колебаниями, рассчитанными по линеаризованной модели.

Увеличение амплитуды скачка вызывает значительное ухудшение (особо существенное при отрицательных скачках) качества переходного процесса в нелинейной модели по сравнению

с линеаризованной моделью, что объясняется увеличением значений  $\gamma$ , соответствующих при отрицательных скачках более существенной нелинейности преобразователя. Иллюстрацией этому (рис. 8) служит процесс изменения выходного напряжения преобразователя  $U_2(t)$  в не-



линейной (кривая *1*) и линеаризованной (кривая *2*) моделях при уменьшении напряжения питания от 100 до 50 В.

Уменьшение величин  $K_{\Pi}$  и  $K_{U}$  в три раза позволяет ослабить колебательный характер процесса и ускорить его затухание. Однако выходное напряжение при этом снижается до 183,3 В в нелинейной модели против 191,3 В в линеаризованной модели.

При отключении замкнутого контура переходный процесс быстро затухает, но напряжение снижается до 181,5 В, а восстанавливается только до 195,8 вследствие нелинейности системы. Для устранения этого недостатка можно использовать нелинейную связь по возмущающему воздействию. Это обеспечивает полное восстановление номинального выходного напряжения при значительных измене-

ниях напряжения питания. Для этого достаточно устанавливать значение  $\gamma$  в зависимости от значения U согласно выражению

$$\gamma = 1 - \frac{U}{2U_2} - \sqrt{\left(\frac{U}{2U_2}\right)^2 - \frac{r}{R_{\rm H}}}.$$
(24)

На рис. 9 представлен процесс изменения выходного напряжения  $U_2(t)$  в нелинейной непрерывной модели преобразователя без замкнутого контура, но с нелинейной связью по напряжению питания, реализованной согласно выражению (24), при скачкообразном уменьшении Uот 100 до 50 В. Кривая  $U_{23}(t)$  на этом графике демонстрирует влияние замкнутого контура при

 $K_{\rm H}$ =0,015 с<sup>-1</sup>,  $K_{\rm H}$ =0,001 и включении форсирующего звена с передаточной функцией (0,05*p*+1)/(0,01*p*+1) последовательно с пропорциональной составляющей регулятора.

Разумеется, скачкообразное изменение напряжения питания — идеализация реальных его изменений. Даже незначительное сглаживание скачка напряжения U заметно уменьшает "просадку" выходного напряжения преобразователя: так, скачкообразное уменьшение напряжения U на 50 В, сглаженное апериодическим звеном с постоянной времени 0,01 с, вызывает повышение минимума  $U_2(t)$  с 183,5 до 188,7 В, а  $U_{23}(t)$  — с 188,7 до 194,3 В.

При наличии информации об изменении сопротивления нагрузки можно исключить в статическом режиме вызываемую им ошибку стабилизации



и без замкнутого контура. Заметим, что в статическом режиме эта ошибка вследствие неравенства  $R_{\rm H} >> r$  значительно меньше ошибки, вызываемой изменением напряжения питания. Для ее исключения достаточно в формуле (24) учитывать истинное значение  $R_{\rm H}$ . **Выводы.** Основываясь на рассмотренном способе повышения качества стабилизации выходного напряжения импульсного повышающего преобразователя постоянного тока, можно сделать следующие выводы:

— достаточно высокое качество стабилизации можно обеспечить при использовании принципа комбинированного управления;

— основную роль в стабилизации выходного напряжения должно играть управление по возмущающему воздействию преобразователя с учетом нелинейности его статической характеристики;

 использование замкнутого контура позволяет несколько повысить качество стабилизации в переходных режимах;

— радикальным средством уменьшения амплитуды отклонения выходного напряжения от заданного значения в переходных режимах и ослабления резонансных свойств стабилизированного преобразователя является увеличение емкости выходного конденсатора;

— нелинейные свойства преобразователя проявляются в существенном снижении качества переходных процессов при увеличении перепадов напряжения питания.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Коршунов А. И. Предельная непрерывная модель системы с высокочастотным периодическим изменением структуры // Изв. вузов. Приборостроение. 2009. Т. 52, № 9. С. 42—48.
- 2. Коршунов А. И. Оценка свойств замкнутых систем с периодическим высокочастотным изменением структуры по предельной непрерывной модели // Материалы XXI Межвуз. науч.-техн. конф. "Военная радиоэлектроника: опыт использования и проблемы, подготовка специалистов". Петродворец: ВМИРЭ им. А. С. Попова, 2010. Ч. III. С. 176—191.
- 3. Солодовников В. В., Филимонов Н. Б. Динамическое качество систем автоматического регулирования: Учеб. пособие. М.: Изд-во МВТУ им. М. Э. Баумана, 1987. 84 с.

#### Сведения об авторе

д-р техн. наук, профессор; Военно-морской политехнический институт ВУНЦ ВМФ "Военно-морская академия им. Н. Г. Кузнецова", кафедра радиоэлектроники, Санкт-Петербург; E-mail: a.i.korshunov@mail.ru

Анатолий Иванович Коршунов

Рекомендована кафедрой радиоэлектроники

Поступила в редакцию 23.05.11 г.

УДК 537.622

#### В. А. САНДОВСКИЙ, Е. М. ФАЙНШМИДТ

# ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ СТАЛЬНЫХ ОБРАЗЦОВ В ОДНОРОДНОМ ПЕРЕМЕННОМ ПОЛЕ ПРИ УПРУГОЙ ДЕФОРМАЦИИ НА РАСТЯЖЕНИЕ

Представлено описание установки для измерения магнитной проницаемости стальных образцов при их растяжении в пределах упругой деформации. Приведена методика измерения, включающая теоретические расчеты и результаты экспериментов. С помощью графической интерпретации проанализирована зависимость составляющих магнитной проницаемости от величины нагрузки, амплитуды и частоты перемагничивающего поля, а также структуры материала образцов.

**Ключевые слова:** магнитная проницаемость, напряженность магнитного поля, упругая деформация, доменная стенка, амплитуда.

Введение. Исследованию магнитных свойств сталей посвящено множество как отечественных, так и зарубежных публикаций. Так в работе [1] рассматривалась связь упругих и частично пластических растягивающих напряжений с возникающей при этом анизотропией начальной магнитной проницаемости при измерениях параметров вдоль и поперек действующей механической нагрузки. Исследованию влияния упругой деформации на обратимую магнитную восприимчивость ферромагнитных сталей посвящена работа [2]. В работе [3] было показано, что магнитная проницаемость, так же как и коэрцитивная сила, зависят от величины напряжений, возникающих при упругой деформации, причем указанные зависимости в значительной мере определяются структурой исследуемых сталей. В работе [4] приведены экспериментальные данные по изменению петель гистерезиса под воздействием упругих напряжений (от –125 до +125 МПа) применительно к образцам трубной стали, содержащим 2 % марганца, а в работе [5] на таких же образцах исследовались изменения намагниченности, как обратимой, так и необратимой, при нагружении их в пределах от -125 до +125 МПа для случаев, когда начальная точка находится на коммутационной кривой. Исследования по изменению намагниченности, проведенные путем опытов по измерению амплитуды и интенсивности скачков Баркхаузена, отражены в работе [6]. В работе [7] было исследовано изменение дифференциальной магнитной проницаемости в зависимости от степени растяжения и сжатия в больших, малых и средних магнитных полях. Результаты измерений степени магнитострикции в зависимости от напряжений, а также изменения петли гистерезиса под нагрузкой от -226 до +238 МПа приведены в работе [8].

Исследования магнитных свойств образцов, описанные в упомянутых и многих других работах этого направления, выполнялись в постоянных магнитных полях, при этом не были приведены пояснения некоторых экспериментально установленных фактов, которые могли бы быть объяснены на основе результатов измерений в переменных полях.

В настоящей статье рассматривается возможность получения дополнительной информации, которая позволит объяснить результаты, полученные при исследовании взаимосвязей магнитных свойств сталей с различной структурой и механических явлений, возникающих при нагрузках в пределах упругой деформации. Такие возможности открываются при измерениях магнитной проницаемости в динамическом режиме, т.е. в переменном поле, для чего используется методика, включающая как теоретические расчеты, так и экспериментальные данные.

Экспериментальная установка. Для измерения магнитной проницаемости стальных образцов при их растяжении была создана экспериментальная установка, структурная схема

которой показана на рис. 1, *а*. Синусоидальный сигнал с генератора *1* поступает на усилитель 2. Через соленоид *4* проходит синусоидальный ток частотой 20 Гц, поступающий с выхода усилителя. Измерительная катушка *3*, внутри которой находится образец *5* (цилиндрический стержень), размещена внутри соленоида *4*. Поле в соленоиде однородно и не превышает 9 А/см. Вихретоковые приборы работают в малых полях, поэтому результаты исследований могут быть использованы в вихретоковой аппаратуре. Последовательно с обмоткой соленоида включен резистор *6*, опорный сигнал которого поступает на один из входов фазометра *8*. На другой его вход поступает измеряется фазовый угол  $\varphi$ , определяющий разность фаз между опорным сигналом и сигналом измерительной катушки. Частотомер *9* измеряет частоту сигнала.



Погрешность измерения магнитной проницаемости зависит от погрешности используемых приборов — вольтметра 7 и фазометра 8. Суммарная погрешность измерения не превышает 2 %.

Размещение образца в соленоиде показано на рис. 1, б, где 10 и 11 — захваты, выполненные из немагнитной стали, 12 — динамометр. Растягивающая нагрузка F прикладывается к образцу с помощью винтового пресса (на рисунке не показан).

**Методика измерения.** По показаниям вольтметра 7 измеряется напряжение  $U_1$  на катушке 3, помещенной в соленоид без образца. Затем устанавливается образец (см. рис. 1) и определяется амплитуда сигнала  $U_a$ , соответствующая сигналу катушки с образцом. При этом на индикаторе фазометра считывается показание величины угла  $\varphi$ . Промежуточная величина  $U_2$  рассчитывается по формуле

$$U_2 = U_a \left(\cos \varphi + j \sin \varphi\right). \tag{1}$$

Далее в расчетах используется относительное напряжение  $U = U_2 / U_1$ .

Теоретически данная задача решена в учебниках по электротехнике (см., например, работу [9]). Согласно [9] относительное напряжение измерительной катушки с цилиндром внутри, помещенной в однородное переменное поле,

$$U = j\eta^2 \frac{2\mu I_1(\beta t)}{\beta t I_0(\beta t)}.$$
(2)

Здесь  $j = \sqrt{-1}$ ;  $t = \sqrt{j}$ ;  $\eta = d / d_1$ , где d — диаметр образца;  $d_1$  — диаметр внутренней полости измерительной катушки;  $I_0$ ,  $I_1$  — модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядков соответственно;  $\beta = R \sqrt{2\pi f \mu \mu_0 \sigma}$ , R = d/2; f — частота тока соленоида;  $\mu$  — магнитная проницаемость;  $\mu_0$  — магнитная постоянная;  $\sigma$  — удельная электрическая проводимость материала образца; при этом предполагается, что магнитная проницаемость комплексна, т.е.

$$\mu = \mu_1 + j\mu_2, \tag{3}$$

где  $\mu_1$  = Re  $\mu$ ,  $\mu_2$  = Im  $\mu$ .

Для определения составляющих магнитной проницаемости µ запишем систему уравнений

$$Re U (теория) = Re U (эксперимент);$$
Im U (теория) = Im U (эксперимент), 
(4)

которая решается с помощью компьютерной программы с использованием процедуры минимизации функционала по методу деформируемого многогранника Нелдера — Мида [10]. При этом определяются вещественная  $\mu_1$  и мнимая  $\mu_2$  составляющие магнитной проницаемости.

Проблемы, связанные с корректностью такого подхода к решению подобных задач электродинамики, подробно обсуждаются в работе [11]. В этой работе показано, что в дополнение к формальным требованиям к решению таких задач может быть использована дополнительная информация, позволяющая исключить ошибки при выборе корней системы уравнений (4). Кроме того, в компьютерной программе предусмотрена индикация точности решения или погрешность определения соответствующего параметра. Для проверки правильности решения системы найденные значения  $\mu_1$  и  $\mu_2$  в соответствии с выражением (3) подставляются в уравнение (2), и сигнал *U* рассчитывается с использованием компьютерной программы. Результаты расчетов при этом действительно точно соответствуют экспериментальным измерениям.

Результаты измерений. Для измерений использовались образцы цилиндрических стержней диаметром 5 мм и длиной 170 мм с резьбой на концах для закрепления в захватывающих приспособлениях. Перемагничивание образцов осуществлялось в однородном синусоидальном поле частотой 20 Гц. В соответствии с вышеописанной методикой измерялись значения составляющих  $\mu_1$  и  $\mu_2$  магнитной проницаемости каждого из образцов при их последовательном нагружении.

На рис. 2 показаны результаты измерений  $\mu_1$  и  $\mu_2$  для исходного образца из стали Ст.3, которая относится к низколегированным и содержит 0,14—0,22 % углерода, 0,3—0,6 % марганца и не более 0,3 % никеля. Результаты измерений при напряженности магнитного поля амплитудой  $H_m$ =2,2 А/см (малое поле) показаны на рис. 2, *a*, а при  $H_m$ =8,8 А/см — на рис. 2, *б*.

Если составляющая  $\mu_1$  в основном определяет величину магнитной проницаемости, то составляющая  $\mu_2$  отображает временную информацию, которая характеризует магнитную вяз-

кость данного материала. В обоих случаях наблюдается хорошо выраженный максимум магнитной проницаемости (по модулю) в области нагрузки *P* = 100...140 МПа.

Если допустить, что магнитная проницаемость в переменных перемагничиающих полях является результатом колебаний доменных стенок, то можно полагать, что амплитуда этих колебаний достигает максимума при нагружении образцов в указанном интервале. Тогда увеличение магнитной проницаемости во втором случае (см. рис. 2,  $\delta$ ), где значение  $H_m$  значительно больше, также, по-видимому, объясняется именно этой причиной. Следовательно, механические напряжения, создаваемые в образцах при растяжении, могут существенно влиять на амплитуду колебаний доменных стенок. Это влияние наиболее существенно в критической области, где увеличение магнитной проницаемости при повышении напряжений резко сменяется ее уменьшением. По-видимому, данное явление обусловлено тем, что в указанной области 90°-ные доменные границы практически исчезают, уступая место 180°-ным.



Чтобы показать влияние химического состава сталей на изменение магнитной проницаемости образца при его растяжении, выберем образец из стали, отличающейся по химическому составу. На рис. 2, *в* показан результат измерения в поле амплитудой  $H_m$ =2,2 А/см составляющих  $\mu_1$  и  $\mu_2$  для образца инструментальной стали У8 в исходном состоянии. Эта сталь содержит 0,76—0,83 % углерода и 0,17—0,33 % марганца. На графике хорошо виден максимум магнитной проницаемости в области 80—140 МПа. Однако форма кривой существенно отличается от показанной на рис. 2, *а* для образца стали Ст.3.

На величину магнитной проницаемости и форму кривых зависимости  $\mu(P)$  также существенно влияет структура стали, что демонстрируется приведенными на рис. 2, *г*, *д*, *е* графиками для образцов стали У8 после закалки и отпуска при температуре 300 °C. Так, на рис. 2, *г* представлен график зависимости, полученной при  $H_m$ =2,2 А/см для такого образца. После закалки (в течение 1 ч) образец имеет мартенситную структуру. В этом состоянии магнитная проницаемость его материала существенно уменьшается по сравнению с исходным состоянием. Во время нагрева в материале образца происходит распад пересыщенного твердого раствора углерода в железе. В начальной стадии нагружения образца наблюдается уменьшение обеих составляющих магнитной проницаемости: это объясняется тем, что в начальной стадии при увеличении внутренних напряжений увеличивается также и количество дислокаций, что в некоторой степени тормозит увеличение амплитуды колебаний доменных стенок. Дальнейшее увеличение нагрузки приводит к распаду пересыщенного твердого раствора с выделением ферритных зерен (превращение  $\gamma \rightarrow \alpha$ ), которые обладают повышенной магнитной проницаемостью. При этом общая магнитная проницаемость образца несколько повышается.

Если теперь увеличить амплитуду перемагничивающего поля, то под воздействием растягивающих усилий процесс распада пересыщенного твердого раствора активизируется, и в результате выделяющихся дополнительно ферритовых зерен составляющая  $\mu_1$  с увеличением нагрузки будет возрастать. На рис. 2,  $\partial$  показан результат измерения  $\mu_1$  и  $\mu_2$  при  $H_m$ =4,4 А/см (среднее поле). С увеличением амплитуды  $H_m$  еще в два раза (до 8,8 А/см) магнитная проницаемость снова возрастает, и зависимость от нагрузки приобретает форму, показанную на рис. 2, *е*. Составляющая  $\mu_1$  продолжает возрастать с увеличением нагрузки до максимального значения P=200 МПа, а затем начинает резко снижаться. Здесь существенное увеличение амплитуды перемагничивающего поля оказывает подавляющее влияние.

При одинаковом значении амплитуды перемагничивающего поля существенное влияние на изменение магнитной проницаемости имеет структура стали. В таблице показано изменение зависимостей магнитной проницаемости от нагрузки для образцов стали У8, подвергнутых закалке и отпуску при различных температурах. По мере термической обработки изменяется структура стали и соответственно изменяется форма кривых. В области температур отпуска 300—400 °С форма кривых изменяется мало, так как в этой области распад пересыщенного твердого раствора в некоторой степени стабилизируется и структура металла меняется слабо. Сравнивая формы кривых при  $H_m$ =8,8 А/см (большое поле) и  $H_m$ =2,2 А/см (малое поле), можно заключить, что в большом поле форма кривых изменяется менее существенно. Это обусловлено тем, что увеличение амплитуды перемагничивающего поля сильнее влияет на магнитную проницаемость, нежели другие рассмотренные выше факторы.

Кроме влияния на магнитную проницаемость амплитуды перемагничивающего поля, представляет интерес также и влияние изменений частоты этого поля. Так, зависимость  $\mu(P)$  для образца стали У8 после закалки и отпуска при температуре 300 °C и при измерении в поле амплитудой  $H_m$ =8,8 А/см на частоте 20 Гц представлена на рис. 2, *e*, а на рис. 3, *a* показаны результаты измерений для этого же образца на частоте 30 и 70 Гц соответственно. Сравнительный анализ графиков показывает, что даже небольшое изменение частоты перемагничивания существенно изменяет форму кривых.

Режим термической обработки	<i>H</i> <sub>m</sub> =2,2 А/см	<i>H</i> <sub>m</sub> =8,8 А/см
Без термообработки	240 200 180 0 40 80	0 40 60 60
Закалка	0 100 200 260	0 40 140
300 °C	200 140 280 320 60 0	0 350 60 300 100 200
400 °C	180 320 100 40 0	0 40 80 200
500 °C	40 100 180 200 300	0 40 100 200
600 °C	0 100 180 200 340	0 40 100 260 200

Примечание. Цифрами на кривых обозначена нагрузка Р, МПа.





Обсуждение результатов измерений. Рассмотренные зависимости магнитной проницаемости различных сталей от величины упругих напряжений, вызванных растяжением (как для сталей в исходном состоянии, так и в состояниях закалки и отпуска), демонстрируют примеры и увеличения, и уменьшения магнитной проницаемости. Полученные результаты частично подтверждаются ранее опубликованными работами. Например, немонотонные изменения магнитной проницаемости при увеличении нагрузки могут быть объяснены влиянием упругих напряжений на смещение 90 °-ных границ [12]. Другой пример: увеличение магнитной проницаемости с повышением температуры отпуска происходит до тех пор, пока не начнет сказываться рост внутренних полей рассеяния [13]. Изгиб кривых зависимости µ (см. таблицу) при нагрузках порядка 200 МПа соответствует области минимального значения коэрцитивной силы при растяжении образцов [2].

Однако среди приведенных результатов экспериментальных исследований особый интерес представляет металловедческая сторона вопроса, так как для различных сталей, даже и в исходном состоянии, получены значительно отличающиеся зависимости. Это означает также и существенное различие доменной структуры рассматриваемых сталей.

Представляет интерес также существенная зависимость полученных результатов от амплитуды и частоты перемагничивающего поля, что указывает на энергетическую природу рассматриваемых явлений. Для получения количественных оценок приведенных результатов предполагается дальнейшее изучение рассматриваемых явлений на основе моделирования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Орехов Г. Г.* Влияние структуры и некоторых видов обработок ферромагнетиков на магнитоупругий эффект // Дефектоскопия. 1980. № 4. С. 86—90.
- 2. *Кулеев В. Г., Атангулова Л. В.* Влияние упругих напряжений на обратимую восприимчивость ферромагнитных сталей в разных магнитных состояниях // Физика металлов и металловедение. 1999. Т. 87, № 5. С. 52—57.
- 3. *Бида Г. В., Кулеев В. Г.* Влияние упругой деформации на магнитные свойства сталей с различной структурой // Дефектоскопия. 1998. № 11. С. 12—26.
- 4. *Atherton D. L., Ton V.* The effects of stress on minor hysteresis loop // IEEE Trans. on Magnestics. 1990. Vol. 26, N 3. P. 1153—1156.
- 5. *Atherton D. L., Ton V.* Effect of order of stress and field application changes anhysteresis magnetization // IEEE Trans. on Magnestics. 1990. Vol. 26, N 3. P. 1157—1159.
- 6. Jagadish Ch., Clapham L., Atherton D. L. Influence of uniaxial elastic stress on power spectrum and pulse height distribution of surface Barkhausen noise in pipeline steel // IEEE Trans. on Magnestics. 1990. Vol. 26, N 3. P. 1160—1163.
- 7. Makar J. M., Atherton D. L. Effect of uniaxial stress on the reversible and irreversible permeabilities of 2 % Mn pipeline steel // IEEE Trans. on Magnestics. 1990. Vol. 30, N 4. P. 1380-1387.
- 8. Makar J. M., Atherton D. L. Effect of stress on magnitostriction of 2 % Mn pipeline steel // IEEE Trans. on Magnestics. 1990. Vol. 30, N 4. P. 1388–1394.
- 9. Нейман Л. Р., Калантаров П. Л. Теоретические основы электротехники. М.: Госэнергоиздат, 1959. Ч. 3. 194 с.
- 10. Плис А. И., Сливина Н. А. Лабораторный практикум по высшей математике. М.: Высш. школа. 1994. 416 с.
- 11. Дякин В. В., Сандовский В. А. Задачи электродинамики в неразрушающем контроле. Екатеринбург: УрО РАН, 2007. 390 с.
- 12. Киттель Ч., Галт Я. Теория ферромагнитных областей (доменов) // Магнитная структура ферромагнетиков / Под ред. С. В. Вонсовского. М.: Изд-во иностр. лит., 1959. С. 459—506.
- 13. Журавлев В. Н., Николаева О. И. Машиностроительные стали: Справочник. М.: Машиностроение, 1981. 391 с.

#### Сведения об авторах

Владимир Аронович Сандовский		д-р техн. наук; Институт физики металлов РАН, отд. неразрушаю-
		щего контроля, Екатеринбург; E-mail: mar 19@e-sky.ru; sandov@imp.uran.ru
Евгений Михайлович Файншмидт	_	д-р техн. наук, профессор; Нижнетагильский технологический ин- ститут Уральского федерального университета им. Б. Н. Ельцина; E-mail: nti@ntiustu.ru

Рекомендована Нижнетагильским технологическим институтом

Поступила в редакцию 18.03.11 г.

# ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

УДК 535.2+535.374:621.375.8

# В.В.ЛОБАЧЕВ

# ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ЛАЗЕРА-УСИЛИТЕЛЯ

Рассмотрены критерии эффективности высокоэнергетического лазераусилителя. Показано, что оптимизация усилителя базируется как на энергетических показателях, так и на показателях эффективности транспортировки энергии лазерного излучения в зону использования. Выявлены особенности оптимального масштабирования лазерного усилителя, работающего в режимах линейного усиления и насыщенного усиления при регулярных или статистических фазовых неоднородностях активной среды.

**Ключевые слова:** критерии эффективности, оптическая однородность активной среды, число Штреля, лазер-усилитель, параметрическая оптимизация, расходимость излучения.

Критерии эффективности высокоэнергетического лазера. Известно, что эффективность высокоэнергетического лазера определяется не только его способностью генерировать излучение определенной мощности в непрерывном режиме или энергии в импульсе, но и качеством этого излучения. Пространственные характеристики излучения связаны, главным образом, с аберрациями волнового фронта (ВФ) [1]. Фазовые аберрации излучения во многом являются следствием возмущений показателя преломления активной среды (АС) и условно разделяются на регулярные и нерегулярные (стохастические). В высокоэнергетическом лазере регулярность возмущений определяется повторяющимися элементами конструкции, которые обеспечивают активацию больших объемов рабочей среды. Стохастические возмущения обусловливаются, например, турбулентными пульсациями газодинамического поля АС или энтропийными процессами различной природы.

Для адекватной физическим процессам оценки эффективности высокоэнергетического лазераусилителя [1] используется большое количество критериев качества излучения. Некоторые критерии могут быть легко формализованы, но при этом не обладают общим смыслом; другие, напротив, необходимы для практического использования, но крайне неудобны при вычислениях.

Прямым критерием, описывающим эффективность передачи энергии излучения в зону использования, является относительная энергия *W* в центральном лепестке диаграммы направленности (ДН) излучения [2]:

$$W = W_{-1}^{+1} / W_{0-1}^{+1}$$
,

где  $W_{-1}^{+1}$  — доля энергии при дифракции излучения с искаженным ВФ;  $W_{0-1}^{+1}$  — доля энергии при дифракции с плоским ВФ, причем в значениях этих долей учитывается и конфигурация излучающей апертуры.

Критерий W характеризует эффективность транспортировки энергии на участок воздействия в зоне дифракции Фраунгофера, но при этом имеет серьезный недостаток, связанный со сложностью его вычисления, даже в процессе прямого моделирования.

Более удобным для практических целей является число Штреля (Sh). При отсутствии в ВФ аберрации "оптический клин" для числа Sh справедлива следующая математическая формулировка:

$$\operatorname{Sh} = \max\left\{\frac{I(x, y)}{I_{\max}}\right\} = \frac{1}{S^2} \left| \iint_{S} U(x_1, y_1) \, dx_1 dy_1 \right|^2,$$

где I(x, y) — реальное распределение интенсивности излучения в зоне дифракции Фраунгофера (зоне использования); *S* — площадь апертуры излучателя;  $I_{max}$  — максимальная интенсивность излучения в центре ДН при плоском ВФ;  $U(x_1, y_1) = A(x_1, y_1) \exp[j\varphi(x_1, y_1)]$  — комплексная амплитуда поля излучения, здесь  $\varphi(x_1, y_1)$  и  $A(x_1, y_1)$  — распределения в выходной апертуре фазы и амплитуды соответственно; приведенное соотношение справедливо при  $A(x_1, y_1) = 1$ .

Для критерия Sh известна аппроксимация [3], которая справедлива практически при любых видах функции  $\varphi(x_1, y_1)$ , но при соблюдении двух условий: отсутствии в волновом фоне аберрации "оптический клин" и Sh > 0,3:

$$\operatorname{Sh} \cong \exp(-D)$$
,

где  $D = \frac{1}{S} \cdot \iint_{S} \left[ \phi(x_{1}, y_{1}) - \overline{\phi} \right]^{2} dS, \ \overline{\phi} = \frac{1}{S} \cdot \iint_{S} \phi(x_{1}, y_{1}) dS$  — дисперсия и среднее значение фазы

ВФ в апертуре лазерного усилителя соответственно.

В процессе моделирования выявлены простейшая, но крайне важная связь  $W \cong Sh$ , а также факт сохранения критерием W своих значений не только для телесного угла, ограничивающего нулевой дифракционный порядок (центральный керн ДН излучения), но и для практически любого фиксированного телесного угла. В этом случае обязательно выполнение условия Sh > 0,3. Следовательно, Sh и W, изменяющиеся в пределах от 0 до 1, можно рассматривать как критерии эффективности передачи энергии излучения в зону использования, а также как показатели степени искажений ВФ излучения, т.е. оптического качества AC.

Если в зоне использования необходимо обеспечить максимальную абсолютную интенсивность лазерного излучения, то оптимизация лазерной системы должна осуществляться на основе компромисса между оптической однородностью активной среды и энергетикой лазера. Увеличение выходной энергии лазера достигается в известных пределах интенсификацией процессов активации, что одновременно сопровождается снижением фазовой однородности АС. В этом случае в качестве целевого критерия эффективности лазера следует выбрать не критерий Sh, а мультипликативный критерий вида  $W_0 \cdot Sh$ , где  $W_0$  — выходная энергия лазерного излучения. Использование таких критериев позволяет провести частичную параметрическую оптимизацию, как это сделано для непрерывного химического лазера [4, 5].

В инженерном проектирования представляет практический интерес информация о нормированном угле расходимости  $\theta/\theta_0$  лазерного излучения, где  $\theta_0$  — дифракционный угол расходимости при плоском ВФ, а  $\theta$  — реальный угол расходимости луча. Наличие в активной среде периодических возмущений приводит к некоторым особенностям в структуре расходимости излучения. Так, при превышении глубины периодической модуляции фазы ВФ формируемого излучения, составляющей ~ 1 рад, частота пространственной модуляции  $\omega \approx \sqrt{S}/l_{\omega}$ (где  $\sqrt{S}$  — эквивалентный размер апертуры,  $l_{\omega}$  — период регулярного возмущения фазы) становится дополнительным параметром влияния на расходимость излучения. При увеличении  $\omega$  величина  $\theta/\theta_0$  будет дополнительно возрастать. Если же глубина модуляции фазы не превышает ~ 1 рад (это соответствует Sh > 0,6), то никакого дополнительного влияния на расходимость лазерного излучения не будет [5].

Это важное обстоятельство отражено на рис. 1, где представлен график зависимости нормированного угла расходимости  $\theta/\theta_0$  излучения от числа Sh при различных пространственных частотах регулярных периодических (кривые *1*—3) и нерегулярных статистических (кривые 4—6) возмущений ВФ: *1*, 4 —  $\omega$ =10, 2 —  $\omega$ =25, 3 —  $\omega$ =50, 5 —  $\omega$ =100, 6 —  $\omega$ =500. Уровень возмущения ВФ, характеризуемый числом Sh  $\approx$  0,5...0,6, является своего рода критическим, ниже которого расходимость



излучения резко увеличивается при дополнительной зависимости от частоты  $\omega$ . Это демонстрируют кривые *I*—3, соответствующие регулярным возмущениям в активной среде при квадратной излучающей апертуре и  $\lambda$ =3 мкм.

Следовательно, незначительные для малых лазерных установок масштабы пространственных искажений в активной среде могут стать весьма существенными при масштабировании лазерного усилителя (т.е. увеличении его выходной апертуры и протяженности AC). Увеличение расстояния, которое луч проходит в активной среде, приведет к увеличению дисперсии ВФ, т.е. к снижению числа Sh, а увеличение размера апертуры  $\sqrt{S}$  — к увеличению значения частоты  $\omega$  регулярного искажения с фиксированным абсолютным пространственным масштабом  $l_{\omega}$ .

Что касается нерегулярных пространственных искажений в активной среде, их влияние на характер расходимости лазерного излучения аналогично характеру регулярных искажений, иными словами, если среднестатистическая амплитуда таких искажений превышает ~ 1 рад, величина  $\theta/\theta_0$  будет зависеть и от характерной частоты  $\omega$  нерегулярного пространственного масштаба фазовых искажений. Это обстоятельство также отражено на рис. 1 (кривые 4—6).

**Методика оценивания эффективности лазерного усилителя.** С учетом рассмотренных критериев эффективности определим подходы к оценке общей эффективности лазераусилителя. Пусть в активной среде протяженностью L реализуется один из видов усиления интенсивности [6]: линейный  $I = I_0 \exp(kL)$  или насыщенный  $I \cong I_0 + I_s kL$ , где k — показатель усиления слабого сигнала,  $I_0$ , I,  $I_s$  — входная и выходная интенсивность и интенсивность насыщения соответственно. Одновременно в активной среде могут возникать либо регулярные, либо стохастические неоднородности, характеризуемые дисперсией фазы ВФ излучения в усилителе длиной L. Соотношения для наиболее важных параметров лазерного усилителя приведены в таблице, где приняты следующие обозначения: S — площадь излучающей апертуры лазера-усилителя с равномерным распределением амплитуды светового поля;  $W \approx \text{Sh} \cong \exp(-D)$  — рассмотренные ранее критерии эффективности передачи энергии излучения в зону использования;  $\overline{I} = I_s / I_0$ ;  $M = \overline{I}kL$ ;  $m = L_m / L$  — коэффициент пропорционального изменения длины лазера-усилителя по сравнению с базовой длиной L (при этом обязательно выполнение условия m > 0);  $L_m = mL$  — измененная длина усилителя.

		Линейное	усиление	Насыщенно	е усиление
Параметр	Обозначение	Регулярное	Случайное	Регулярное	Случайное
		фазовое поле	фазовое поле	фазовое поле	фазовое поле
Выходная энергия усилителя			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		
длиной L	$W_0$	$SI_0 \exp(kL)$	$SI_0 \exp(kL)$	$S(I_0 + I_s kL)$	$S(I_0 + I_s kL)$
длиной <i>L</i> <sub>m</sub>	$W_{0m}$	SI <sub>0</sub> exp( <i>mkL</i> )	SI <sub>0</sub> exp( <i>mkL</i> )	$S(I_0 + mI_s kL)$	$S(I_0 + mI_s kL)$
Дисперсия фазы ВФ при усилителе длиной <i>L</i> <sub>m</sub>	$D_m$	$m^2D$	Dm	$m^2D$	Qm
Энергия излучения в зоне использования при усилителе					
длиной L	$W_L = WW_0$	$SI_0 \exp(kL - D)$	$SI_0 \exp(kL - D)$	$S(I_0 + I_s kL) \times$	$S(I_0 + I_s kL) \times$
	<b>)</b>	• • •	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	$\times \exp(-D)$	$\times \exp(-D)$
				$S(I_c + mI_{c}I_c) \times$	S(I + m [ FI)>
длинои <i>L</i> <sub>m</sub>	$W_m = W W_{0m}$	$\left[(\partial m - \eta x)\right] = \int dx dx$	$\left[(U - \lambda x)m\right] = \int_{0}^{\infty} dx = \int_{0}^{\infty} dx$	$\times exn(-m^2 D)$	$\times \exp(-mD)$
Приведенная энергия излучения в зоне использования при усилителе	M –	$\exp\{(m-1)\times$	$\exp[(m-1)\times$	1+ mIKL	$\frac{1+mIkL}{x}$
длиной <i>L</i> <sub>m</sub>	$W = \frac{M}{W_L}$	$\times \left[ kL - (m+1)D \right] \right\}$	$\times (kL - D)$	$ \times \exp\left[-(m^2 - 1)D\right] $	$1 + \overline{IkL}$ × exp $\left[-(m-1)D\right]$
Коэффициент оптимального увеличения длины усилителя		II			-
$\left(\Pi \mu \frac{dW}{dm} = 0\right)$	m <sub>ourr</sub>	<u>2D</u>	0  npu  kL < D	$\frac{VD + ZM}{2M\sqrt{D}}$	$\frac{1}{M} - \frac{1}{M}$

68

В. В. Лобачев

Возможно проведение оптимизации, целью которой является поиск оптимальной длины лазера-усилителя, соответствующей расстоянию, которое проходит луч в активной среде (или же оптимального коэффициента  $m_{ont}$ ), при этом должен быть достигнут максимум приведенной энергии излучения  $\overline{W}$  в зоне использования. Предполагается, что для заданных режимных параметров лазера с определенной компоновкой известны показатель усиления его AC и дисперсия фазы ВФ, возникающая при прохождении излучения через участок активной среды протяженностью L с той или иной структурой фазовых неоднородностей. Используя соотношения, приведенные в таблице, можно оценить собственно и эффективность лазерного усилителя длиной  $m_{out}$ .

Следует обратить внимание на некоторые особенности, имеющие место в процессе определения значения  $m_{\text{опт}}$  для рассматриваемых режимов работы лазерного усилителя. Если в активной среде лазера-усилителя имеются только регулярные фазовые неоднородности и он функционирует в режиме линейного усиления, то коэффициент  $m_{\text{опт}}$  будет одновременно за-

висеть от бинарного показателя kL и дисперсии D. График зависимости  $m_{\text{опт}}$  от kL (кривые 1-4) и D(кривые 5-8) для этого режима приведен на рис. 2, где 1 - D=0.25, 2 - D=0.5, 3 - D=0.75, 4 - D=1, 5 - kL=0.1, 6 - kL=1, 7 - kL=5, 8 - kL=10.

Важной особенностью в этом случае является гиперболическая зависимость  $m_{\text{опт}}$  от D, подтверждающая значительное влияние оптической неоднородности AC на общую эффективность лазерного усилителя. Иными словами, при больших уровнях D вероятна ситуация, при которой принципиально невозможно путем увеличения длины L усилителя скомпенсировать снижение плотно-



сти энергии в зоне использования из-за чрезмерной расходимости лазерного излучения.

Если же усилитель функционирует в режиме насыщенного усиления, то показатель kL заменяется на показатель M, который, в свою очередь, зависит еще и от отношения интенсивностей  $\overline{I}$ . Поскольку искажения ВФ носят регулярный характер, величина  $m_{\text{опт}}$  также гиперболически уменьшается с увеличением D: см. рис. 3, где показана зависимость  $m_{\text{опт}}$  от D (кривые 1-4) и M (кривые 5-7) для этого режима, здесь  $1 - M=0,01, 2 - M=0,1, 3 - M=1, 4 - M \rightarrow \infty, 5 - D=0,01, 6 - D=0,1, 7 - D=0,5$ . Необходимо, однако, отметить, что в данном слу-



чае, в отличие от режима линейного усиления, при конкретном значении *m*опт любое увеличение дисперсии D никогда невозможно скомпенсировать простым увеличением показателя М, т.е. существует предельная зависимость *m*опт от *D* при  $M \rightarrow \infty$  (кривая 4). В режиме насыщенного усиления дополнительный приток энергии из АС, обусловленный увеличением длины лазерного усилителя, становится крайне недостаточным, что принципиально не позволяет скомпенсировать снижение общей эффективности усилителя вследствие более значительного влияния дисперсии ВФ излучения.

Рис. 3 В характере изменения коэффициента  $m_{\text{опт}}$  при увеличении показателя M явно прослеживается тенденция насыщения усиления. При M > 2,5 для любого значения D величина  $m_{\text{опт}}$  практически перестает изменяться с дальнейшим

увеличением M, поэтому при  $M \to \infty$  справедливо соотношение, в котором уже отсутствует явная зависимость от M[2]:

$$m_{\text{опт}} \cong 1/\sqrt{2D}$$
.

Рассеяние света при статистических фазовых неоднородностях в активной среде менее интенсивное, чем при регулярных неоднородностях с аналогичными характерными пространственными частотами (см. рис. 1), что связано с линейным характером возрастания дисперсии ВФ при увеличении длины усилителя. Для линейного усиления возможны три основных варианта соотношений между показателем kL и дисперсией D. Если kL > D, то увеличение длины усилителя всегда будет приводить к пропорциональному увеличению его эффективности. В обратном случае, т.е. при kL < D, максимальная эффективность будет достигаться в пределе при  $m_{\text{опт}} \rightarrow 0$ . При kL = D эффективность остается постоянной при любом изменении коэффициента m.

И, наконец, рассмотрим случай, когда в лазерном усилителе реализуется режим насыщенного усиления и имеется статистически неоднородная АС. Этот режим иллюстрируется представленным на рис. 4 графиком зависимости  $m_{ont}$  от D (кривые 1-5) и M (кривые 6-10),



где  $1 - M \rightarrow 0,1, 2 - M = 0,5, 3 - M = 1, 4 - M = 5, 5 - M \rightarrow \infty, 6 - D = 0,1, 7 - D = 0,15, 8 - D = 0,3, 9 - D = 0,5, 10 - D = 1. В принципе, такой режим некоторым образом аналогичен случаю с регулярными периодическими фазовыми неоднородностями. Поэтому сохранилась и тенденция гиперболического снижения коэффициента <math>m_{\text{опт}}$  при возрастании дисперсии *D*. Основное же отличие связано с тем, что каждому конкретному значению *M* соответствует такая дисперсия, при которой максимальная эффективность усилителя обеспечивается при  $m_{\text{опт}} \rightarrow 0$ , и только при  $M \rightarrow \infty$  это условие достигается в пределе при  $D \rightarrow \infty$ . Несомненно, что лазерная система, для

оптимизации которой необходимо обеспечивать условие  $m_{\text{опт}} \rightarrow 0$ , является технически неоптимальной, поэтому в данном случае необходимо проведение радикальных технических мероприятий по существенному снижению уровня оптических неоднородностей в активной среде.

Заключение. Представленный подход к оценке эффективности лазера-усилителя рассмотрен с учетом особенностей компромисса между энергетикой лазера и качеством формируемого излучения. Анализ показал, что в некоторых случаях не представляется возможным повысить эффективность лазерного усилителя путем его масштабирования по причине чрезмерной расходимости луча при высоких уровнях возмущений в активной среде.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Ананьев Ю. А. Оптические резонаторы и лазерные пучки. М.: Наука, 1990.
- 2. *Quinnell R. D.* Limitation on the use of root-mean-square (rms) phase to describe beam quality characteristics // Proc. of SPIE. Wavefront Distortions in Power Optics. 1981. Vol. 293. P. 12–19.
- 3. Лобачев В. В., Мошков В. Л. Ограничения в реализации многокаскадных лазерных усилителей // ИФЖ. 1993. Т. 64, № 1. С. 63—66.
- 4. Лобачев В. В. Особенности самокомпенсации трехмерных периодических фазовых искажений в активных средах проточных лазеров // Квантовая электроника. 2003. Т. 33, № 10. С. 889—893.

- 5. Башкин А. С., Лобачев В. В., Федоров И. А. Анализ пространственных масштабов оптических неоднородностей в активных средах мощных проточных лазерных усилителей // Там же. 1997. Т. 24, № 2. С. 173—175.
- 6. Карлов Н. В. Лекции по квантовой электронике. М.: Наука, 1988.

Сведения об авторе

Виталий Владимирович Лобачев

канд. техн. наук, доцент; Балтийский государственный технический университет "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, кафедра лазерной техники, Санкт-Петербург; E-mail: VLobachev@Yandex.ru

Рекомендована кафедрой лазерной техники

Поступила в редакцию 29.04.11 г.

УДК 621.327.52

# И. А. ГАРЮТИН

# ФОРМИРОВАНИЕ КРИТЕРИЯ ПОДОБИЯ ЦВЕТОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ГАЗОРАЗРЯДНЫХ МЕТАЛЛОГАЛОГЕННЫХ ЛАМП

Представлен обзор существующих цветовых систем координат и рассмотрена возможность их использования для формирования критерия подобия (близости) цветовых характеристик металлогалогенных газоразрядных ламп.

Ключевые слова: газоразрядные лампы, цветовые координаты, критерий близости.

В осветительных приборах часто используются газоразрядные лампы, излучающие свет, получаемый в результате электрического разряда в газах, парах металлов или в их смесях. Предпочтительность этих ламп по сравнению с лампами накаливания обусловлена относительно длительным сроком службы, составляющим в среднем до 12 тыс. ч., и высокой световой отдачей, достигающей 85—150 лм/Вт. Такие лампы выпускаются в широком диапазоне мощностей, а за счет подбора соответствующего газового наполнения и режимов разряда источники излучения создаются практически для любой части спектра — от инфракрасной до ультрафиолетовой — и с любой цветовой температурой. При этом спектр газоразрядных ламп может быть непрерывным или линейчатым, состоящим из большого числа линий или из одиночных линий [1, 2].

Все газоразрядные источники света можно разделить на две группы: лампы высокого и низкого давления. Среди газонаполненных ламп высокого давления можно выделить металлогалогенные лампы высокого давления. В них качестве излучающего тела используется смесь паров инертных газов и галогенидов некоторых металлов для создания непрерывного галогенного цикла [1]. Такие лампы обладают линейчатым спектром излучения в диапазоне 1—1500...2000 мкм. В видимой области (760—380 мкм) их световой спектр излучения можно подобрать близким к солнечному [2]. По этой причине благодаря высокому КПД и сроку службы эти лампы применяют на автомобилях в головной оптической системе (фарах) дальнего и ближнего света, при оформлении интерьеров зданий и витрин, при фото- и видеосъемке, а также везде, где требуются источники света с хорошей цветопередачей и высокой мощностью излучения.

Один из недостатков металлогалогенных ламп — различие их спектральных характеристик, связанное с разбросом интенсивности светового излучения в различных областях спектра. По этой причине две лампы, устанавливаемые в единую систему освещения, могут излучать свет с различными доминирующими длинами волн, т.е. с различными цветовыми тонами. Такой комплект, как правило, не устраивает потребителя из-за возникающего зрительного дискомфорта. В то же время изготовителям ламп зачастую сложно предъявить претензии по указанному недостатку, так как они не всегда имеют возможность реализовать технологический процесс изготовления металлогалогенных ламп с достаточно близкими спектрами излучения. Поэтому приобрела актуальность задача численной оценки цвета излучения газоразрядной лампы, или точнее, введения критерия, по которому можно определить степень схожести цветовых характеристик двух источников света.

Любой оттенок в колориметрии можно описать, используя три линейно независимых цвета, т.е. такие, которые нельзя получить смешением двух других основных цветов. Системы таких цветов называются цветовыми системами координат (ЦСК). Одна из первых ЦСК, довольно широко используемая и в настоящее время, это система RGB, в которой, задавая уровень (или процентное соотношение) каждого из цветов, можно получить практически любой цвет, видимый глазом. Именно эта система была рекомендована Международной комиссией по освещению (МКО) в 1931 г.

Однако система RGB имеет ряд недостатков. Во-первых, из-за особенностей выбора основных цветов (красного, зеленого и синего) не все видимые цвета можно получить сложением этих трех координат. Во-вторых, для получения некоторых оттенков приходится использовать отрицательные значения *R*-координаты, что неудобно при расчетах и практической реализации. В следующей версии МКО была принята ЦСК ХҮZ, в которой в качестве базовых цветов выбраны реально невоспроизводимые условные цвета: Х, Y и Z. При этом цветовая система RGB полностью "укладывается" в новую систему координат.

Значения координат в системе XYZ можно вычислить по следующим формулам:

$$X = \int_{380}^{760} E(\lambda)\rho(\lambda)\overline{x}(\lambda)d\lambda;$$
  

$$Y = \int_{380}^{760} E(\lambda)\rho(\lambda)\overline{y}(\lambda)d\lambda;$$
  

$$Z = \int_{380}^{760} E(\lambda)\rho(\lambda)\overline{z}(\lambda)d\lambda,$$

где  $E(\lambda)$  — спектральное распределение световой энергии;  $\overline{x}(\lambda)$ ,  $\overline{y}(\lambda)$ ,  $\overline{z}(\lambda)$  — удельные координаты сложения;  $\rho(\lambda)$  — спектральный коэффициент отражения (для источника света его значение принимается равным единице).

Интегрирование проводится в диапазоне длин волн видимого излучения 380—760 нм. Кроме того, для исключения влияния яркости на результаты расчетов вводится нормированная функция

$$h=\frac{100}{\int E(\lambda)\bar{x}(\lambda)d\lambda}.$$

На практике интегрирование удобнее заменять суммированием, что связано со сложностью математического описания спектральных функций. Интервал суммирования обычно выбирается равным от 5 до 10 нм:

$$X = \Delta \lambda h \sum_{\lambda} E(\lambda) \overline{x}(\lambda);$$
  

$$Y = \Delta \lambda h \sum_{\lambda} E(\lambda) \overline{y}(\lambda),$$
  

$$Z = \Delta \lambda h \sum_{\lambda} E(\lambda) \overline{z}(\lambda).$$
(1)
Природа человеческого цветовосприятия зависит от множества факторов, и практически невозможно составить адекватную ей математическую модель. Кроме того, на восприятие человеком цвета влияет целый ряд дополнительных факторов, например: общее состояние организма, дальтонизм, усталость, аккомодация глаза и т.д. Это приводит к тому, что разные значения цветовых координат воспринимаются человеком по-разному и с разной чувствительностью. По этой причине цветоразличение в разных цветовых областях ЦСК происходит неравномерно. Для того чтобы избежать этого недостатка МКО были предложены несколько равноконтрастных систем координат, т.е. систем, в которых коэффициент цветоразличения для разных значений координат практически одинаков.

Одна из таких равноконтрастных ЦСК — система Lab, являющаяся производной от системы XYZ. В основу системы Lab положена оригинальная, отличная от классической, система цветовосприятия, согласно которой ощущения человека формируются в соответствии с восприятием трех противоположных пар цветов: 1-я пара — белый и черный (L, яркость); 2-я пара — красный и желтый (a); 3-я пара — желтый и синий (b).

Связь координат цветовой системы Lab с координатами системы XYZ выражается следующими эмпирическими соотношениями:

$$L = 116 \left(\frac{Y}{Y_n}\right)^{1/3} - 16;$$
  

$$a = 500 \left[ \left(\frac{X}{X_n}\right)^{1/3} - \left(\frac{Y}{Y_n}\right)^{1/3} \right];$$
  

$$b = 200 \left[ \left(\frac{Y}{Y_n}\right)^{1/3} - \left(\frac{Z}{Z_n}\right)^{1/3}, \right]$$

где *X<sub>n</sub>*, *Y<sub>n</sub>*, *Z<sub>n</sub>* — координаты одного из стандартных источников света.

Цветовой контраст между двумя газоразрядными металлогалогенными источниками света в системе Lab определяется по формуле

$$\Delta K = \left[ \left( \Delta L \right)^2 + \left( \Delta a \right)^2 + \left( \Delta b \right)^2 \right]^{1/2}, \tag{2}$$

где  $\Delta L$  — разность яркостных характеристик сравниваемых источников света,  $\Delta a$  и  $\Delta b$  — соответственно разность их цветовых координат.

Рассмотрим особенности спектральной характеристики  $E(\lambda)$  металлогалогенной лампы. Наиболее важной составляющей характеристики, полученной с помощью спектрографа, является видимая часть спектра. Для выделения этой части спектра с помощью специальных оптических фильтров удаляются инфракрасная и ультрафиолетовая составляющие характеристики. Форма полученной спектральной характеристики довольно сложна и найти для нее аппроксимирующую функцию трудно. Доминирующей (имеющей максимальную амплитуду) в спектре является волна  $\lambda = 550...605$  нм, которая выбрана в качестве нормирующей, и ее величина на спектральной характеристике принята за 100 %. Интенсивность излучаемых волн в спектре различна: она имеет локальные экстремумы и снижается с уменьшением их длины.

На спектрографе были получены1000 результатов измерений спектральных характеристик для металлогалогенных ламп (отсчетов для функции  $E(\lambda)$ ): см. рис. 1, *а*. Такое большое количество результатов не всегда целесообразно для обработки. За счет применения операции децимации (равномерного прореживания) количество результатов измерений было сокращено до 80 значений, оценка вносимой погрешности по изменению значений СКО была произведена в работе [3]. График спектральной характеристики после проведения децимации приведен на рис. 1, б.



Задача определения заметной для человеческого глаза разницы между двумя схожими цветовыми оттенками осложняется особенностями зрения. Как отмечалось выше, восприятие цвета человеком сильно зависит от целого ряда факторов, которые практически невозможно учесть при математическом описании. Поэтому на сегодняшний день не существует достоверных математических методов для описания или оценки чувствительности человеческого зрения. Единственным способом установить разницу в цветовосприятии является экспертная



оценка. Для этого в присутствии экспертов при разных внешних условиях производилось включение нескольких пар ламп с разным разбросом спектральных характеристик. Таким образом были определены две лампы, разница цветового излучения которых хотя и заметна, но не вызывает чувства дискомфорта у потребителя.

Для расчета численных значений цветового контраста спектральных характеристик были взяты три пары металлогалогенных газоразрядных ламп: одна пара ламп, для которых различия в цвете заметны для потребителя; вторая пара ламп, где ви-

зуально различие практически незаметно, и третья пара с недопустимо большим различием спектральных характеристиках (рис. 2). Расчеты координат в цветовой системе XYZ были проведены по формулам (1), затем эти координаты были переведены в равноконтрастную

цветовую систему Lab для устранения нелинейности цветовосприятия и по формуле (2) рассчитаны значения цветового контраста.

Рассмотрим результаты расчета цветовых контрастов для трех пар ламп:

— для 1-й пары ламп с незначительной разницей спектральных характеристик

 $\Delta K_1 = 0,0713;$ 

— для 2-й пары ламп с визуальной заметной разницей спектральных характеристик  $\Delta K_2 = 0,5529;$ 

— для 3-й пары ламп с недопустимо большой разницей спектральных характеристик  $\Delta K_3 = 2,1455.$ 

По результатам расчета можно сделать следующий вывод: для комплектования систем освещения на базе газоразрядных металлогалогенных ламп необходимо, чтобы значения цветового контраста составляли не больше  $\Delta K = 0,6$ . При этом значении  $\Delta K$  человеческий глаз уже не замечает разницы в цвете источника освещения и соответственно потребитель не испытывает дискомфорта при работе с такими системами освещения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Справочная книга по светотехнике / Под ред. Ю. Б. Айзенберга. М.: Энергоатомиздат, 1983. 621 с.

- 2. Гуторов М. М. Основы светотехники и источники света: Учеб. пособие. М.: Энергия, 1968. 456 с.
- 3. *Худяков В. Ф., Хабузов В. А., Гарютин И. А.* Подбор ксеноновых ламп высокого давления при комплектовании фар автомобиля с использованием вейвлет-преобразования // Exponenta Pro. Математика в приложениях. 2004. № 1. С. 62—67.

#### Сведения об авторе

 Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра микро- и нанотехнологий аэрокосмического приборостроения; ст. преподаватель;
 E-mail: manoftomorrow@mail.ru

Рекомендована кафедрой микро- и нанотехнологий аэрокосмического приборостроения

Игорь Александрович Гарютин

Поступила в редакцию 02.03.11 г.

#### Н. П. БЕЛОВ, В. Н. ГРИСИМОВ, Ю. Ю. СМИРНОВ, А. С. ШЕРСТОБИТОВА, А. Д. ЯСЬКОВ

#### КОЛОРИМЕТРИЧЕСКИЙ ДАТЧИК НА ОСНОВЕ ТРЕХЭЛЕМЕНТНОГО RGB-ФОТОДИОДА

Рассмотрены конструктивные особенности и технико-эксплуатационные характеристики лабораторного колориметрического датчика на основе трехэлементного RGB-фотодиода. Датчик предназначен для измерения параметров цвета прозрачных и диффузно отражающих объектов. Обсуждается процедура калибровки датчика. Приведены результаты пробных измерений на образцах цветных стекол и диффузных отражателей.

**Ключевые слова:** колориметрический датчик, RGB-фотодиод, оптический фильтр, цветные стекла, диффузные отражатели, координаты цвета/цветности.

**Постановка задачи.** Современные колориметрические методы и приборы позволяют осуществлять измерения спектров пропускания и/или отражения исследуемого объекта в области длин волн  $\lambda = 380...760$  нм и вычислять на основе спектральных данных параметры цвета (цветности) в любой из известных колориметрических систем. Использование спектрометров в составе колориметрических приборов, как показано, например, в работах [1—7], связано как с усложнением конструкции последних, так и существенным возрастанием их стоимости. В связи с этим представляет интерес применение для колориметрических исследований оптико-спектральных датчиков на основе фотодиода с тремя фотоприемными площадками, имеющими оптические фильтры для выделения красного (R), зеленого (G) или синего (B) компонентов регистрируемого излучения. Три составляющие выходного сигнала фотоприемника определяются его относительной спектральной чувствительностью, типичный график  $V_{\rm np}(\lambda)$  которой представлен на рис. 1. Очевидно, что использование такого фотодиода позволит упростить конструкцию колориметрического датчика, оптимизировать его массогабаритные характеристики (вплоть до создания миниатюрного варианта), а также снизить стоимость.



В связи с этим был разработан и экспериментально исследован лабораторный колориметр на основе трехэлементного RGB-фотодиода. В настоящей статье рассматриваются основные конструктивные особенности и технические характеристики датчика.

Особенности конструкции и программного обеспечения датчика. Структурная схема датчика представлена на рис. 2. В осветителе использовалась галогенная лампа накаливания (20, 12 В), работающая на постоянном токе. Проходящее через исследуемый объект (образец) или отраженное от него излучение передавалось на фотоприемник через волоконно-оптический жгут, световой диаметр которого составлял 4 мм. Измерения коэффициента диффузного отражения производились в геометрии  $0/45^{\circ}$  (по стандарту фирмы "General Electric", США). Используемый фотодетектор имел высокую чувствительность в красной и ближней инфракрасной областях спектра при  $\lambda > 660$  нм (см. рис. 1). Для подавления этих составляющих сигнала и формирования спектров фоточувствительности, приближенных к стандарту системы RGB, в осветителе был использован дополнительный оптический фильтр на основе цветного стекла C3С-23.



*Puc. 2* 

Электронная система сбора и обработки данных обеспечивала измерение уровня сигналов в каждом из трех оптических каналов, оцифровку этих сигналов и их усреднение. Для выведения данных измерений в цифровом и графическом виде, а также сохранения этих данных в виде текстового файла было разработано специальное программное обеспечение.

Рабочее окно программы пользователя показано на рис. 3. Результаты измерений представляются на экране монитора графически в виде трех кругов красного, зеленого и синего цвета, яркость которых пропорциональна сигналам R, G, B фотодетектора. Пересечение этих кругов отображает цвет исследуемого образца (с учетом графических возможностей экрана монитора). В графическом окне программы выводятся также величины сигналов с фотодетектора.



Puc. 3

Калибровка датчика. Результаты тестовых измерений. Помимо спектрального отклика фотоприемника (см. рис. 1), путем спектрального пропускания и отражения компонентов оптической системы, спектрального распределения энергии излучателя и анализа цветовых параметров образца определяются три составляющие выходного сигнала. Таким образом, для определения параметров цвета, близкого к цвету исследуемого объекта, необходимо произвести калибровку датчика по эталону "белого". При измерении коэффициента пропускания (*T*) в качестве такого эталона использовался "свободный" канал (T = 1), а при измерении коэффициента отражения — диффузный отражатель (аттестованный в ФГУ "ТЕСТ-С-Петербург") на основе молочного стекла MC-22 с коэффициентом отражения R = 0.952 по всему цветовому диапазону спектра. Результаты измерений по эталону "белого" сохраняются после нажатия кнопки со стрелкой (см. рис. 3); при этом уровень сигнала в каждом из измерительных каналов принимается за единицу. При следующем измерении фиксируется изображение трех кругов максимальной яркости (256 ед. в 8-разрядном формате, принятом в системе RGB). На пересечении этих кругов формируется уровень "белого". Результаты каждого последующего измерения коэффициента T или R для исследуемого образца воспроизводятся в графической форме на пересечении кругов, а также сохраняются в цифровом виде в правом окне (см. рис. 3). Параметры цвета R, G, В приводятся к значениям в диапазоне от 0 до 1 (калибровка по эталону "белого").

Для анализа метрологических возможностей представленного датчика были сопоставлены полученные результаты измерений с независимыми данными. В качестве объектов измерений использовались образцы каталогизированных цветных стекол [8] и специально изготовленные цветные диффузные отражатели на основе порошковых полимерных покрытий. Параметры цветности стекол приведены в каталоге [8]. Для диффузных отражателей эти параметры определялись на спектроколориметре с интегрирующей сферой, аналогичном рассмотренному в работе [9].

В обоих случаях (цветные стекла и диффузные отражатели) данные, использованные для сравнительного анализа и принимаемые за эталоны, представляют собой параметры цветности *x*, *y*, *z* в системе XYZ для источника излучения типа "В" [8]:

$$\begin{array}{l} x = X / (X + Y + Z); \\ y = Y / (X + Y + Z); \\ z = Z / (X + Y + Z), \end{array}$$
(1)

где координаты *X*, *Y*, *Z* цвета определяются как интегралы в области спектра  $\lambda = 380...760$  нм:

$$X = k \int_{380}^{760} \overline{x}(\lambda)\tau(\lambda)d\lambda;$$

$$Y = k \int_{380}^{760} \overline{y}(\lambda)\tau(\lambda)d\lambda;$$

$$Z = k \int_{380}^{760} \overline{z}(\lambda)\tau(\lambda)d\lambda,$$

$$k = 100 / \int_{380}^{760} S(\lambda)\overline{y}(\lambda)d\lambda.$$
(2)

В системе (2)  $\bar{x}(\lambda)$ ,  $\bar{y}(\lambda)$ ,  $\bar{z}(\lambda)$  — функции удельных координат цвета,  $S(\lambda)$  — спектральное распределение энергии излучателя,  $\tau(\lambda)$  — спектральная зависимость коэффициента пропускания прозрачного образца (или  $\rho(\lambda)$  — коэффициента отражения диффузного отражателя), k — нормирующий коэффициент.

Для преобразования экспериментальных получаемых в системе RGB результатов в систему XYZ необходимо найти переходную 3×3-матрицу:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 & X_2 & X_3 \\ Y_1 & Y_2 & Y_3 \\ Z_1 & Z_2 & Z_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R_1 & R_2 & R_3 \\ G_1 & G_2 & G_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{pmatrix}^{-1} .$$
(3)

Для определения элементов  $a_{ij}$  переходной матрицы использовались три образца цветных стекол или диффузных отражателей, координаты цветности *x*, *y*, *z* которых определялись по данным каталога [8] или в результате независимых измерений и переводились в координаты *X*, *Y*, *Z* цвета, а координаты R, G, B цвета определялись по результатам спектральных измерений коэффициента пропускания или отражения этих стекол. В соответствии с найденной переходной матрицей (3) и данными измерений, полученных с использованием колориметрического датчика, можно определить координаты цвета для других образцов:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix},$$
(4)

Значения X, Y, Z преобразовывались в координаты цветности x, y, z [10]. Для цветных стекол эти результаты сопоставлены на рис. 4, где представлен Цифровой график МКО (Международной комиссии по освещению) 1964 г. [8, 10]; здесь параметры цветности эталонных образцов цветных стекол обозначены как "\*", а результаты измерений (2 отсчета) тех же параметров с использованием RGB-колориметрического датчика — как "+" и "ד. Анализ графика показывает, что измеренные и принимаемые за эталон [8] параметры цветности совпадают. Аналогичные результаты были получены также и для цветных диффузных отражателей.



Заключение. Результаты проведенных экспериментальных исследований показали, что разработанный колориметрический датчик на основе RGB-фотодиода обеспечивает измерение параметров цветности прозрачных и диффузно отражающих объектов на уровне различимых визуально оттенков цвета. Представляется целесообразным использовать такой датчик для получения цифровой информации о цвете объекта в таких, например, областях, как спектроскопия, фотометрия и даже медицина.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Юстова Е. Н. Цветовые измерения: Колориметрия. СПб: Изд-во СПбГУ, 2000.
- 2. Ohta N., Robertson A. Colorimetry: Fundamentals and Applications. NJ, USA: Wiley-Blackwell, 2005.
- 3. Malacara-Hernandez D. Color vision and colorimetry: theory and applications // Proc. of SPIE. 2011.
- 4. Koenderink J. J. Color for the Sciences. MA, USA: MIT Press, 2010.
- 5. Seve R. Colour Physics: From Appearance to Colorimetry Techniques. London: John Wiley and Sons, 1999.
- 6. Green P., MacDonald L. W. Colour Engineering: Achieving Device Independent Colour. London: John Wiley and Sons, 2002.
- 7. MacAdam D. L. Selected papers on colorimetry-fundamentals // Proc. of SPIE. 2006.
- 8. Каталог цветного стекла. М.: Машиностроение, 1967.
- 9. Белов Н. П., Яськов А. Д., Грисимов В. Н. Лабораторный спектрометр для исследования коэффициента отражения и определения параметров цветности диффузно отражающих объектов // Изв. вузов. Приборостроение. 2010. Т. 53, № 7. С. 74—78.
- 10. Джадд Д., Вышецкий Г. Цвет в науке и технике. М.: Мир, 1978.

#### Сведения об авторах

Николай Павлович Белов		Санкт-Петербургский национальный исследовательский уни- верситет информационных технологий, механики и оптики, кафедра твердотельной оптоэлектроники; ст. науч. сотрудник
Владимир Николаевич Грисимов		д-р мед. наук; Санкт-Петербургский государственный меди- цинский университет им. акад. И. П. Павлова, кафедра стома- тологии
Юрий Юрьевич Смирнов		аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследователь- ский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра твердотельной оптоэлектроники
Александра Сергеевна Шерстобитова	_	канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра твердотельной оптоэлектроники; E-mail: ashev87@mail.ru
Андрей Дмитриевич Яськов		д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра твердотельной оптоэлектроники
Рекомендована кафедрой твердотельной оптоэлектроники		Поступила в редакцию 25.04.11 г.

УДК 535.317.1.004.1

#### Е. А. ЗРЮМОВ, С. П. ПРОНИН

#### АНАЛИЗ ЧАСТОТНО-КОНТРАСТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИДЕОСИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ПЗС-ФОТОПРИЕМНИКА ПРИ ВИБРАЦИИ ТЕСТ-ОБЪЕКТА

Проанализирован классический вид частотно-контрастной характеристики видеосистемы при вибрации тест-объекта. Выявлены различия теоретических и экспериментальных результатов, на основе чего предложен уточненный вид частотно-контрастной характеристики.

**Ключевые слова:** частотно-контрастная характеристика, тест-объект, вибрация, ПЗС-фотоприемник.

Проблеме формирования оптического изображения при влиянии на него различных факторов посвящено большое количество научных работ [1—3]. Тем не менее эта тема и сегодня является актуальной. Среди факторов, влияющих на структуру изображения, можно выделить вибрацию объекта исследования, которая влияет на вид частотно-контрастной характеристики (ЧКХ) видеосистемы.

Для матричного фотоприемника с размерами дискретных фоточувствительных элементов  $p \times p$  мм, когда изображение контролируемого объекта перемещается в вертикальном направлении, а считывание сигнала осуществляется в горизонтальном направлении, ЧКХ вдоль оси перемещения изображения определяется как [4]

$$K(v) = \frac{\sin(\pi v v t_{\rm 3KC})}{\pi v v t_{\rm 3KC}} \cdot \frac{\sin(\pi v p)}{\pi v p}, \qquad (1)$$

где v — скорость перемещения изображения тест-объекта относительно фотоприемника;  $t_{3 \text{кс}}$  — время экспозиции; v — пространственная частота парных штрихов в изображении.

Второй сомножитель в формуле (1) характеризует влияние размера дискретного фоточувствительного элемента на контраст в изображении парных штрихов. Для упрощения дальнейшего анализа примем, что размах вибрации объекта намного превышает размер дискретного фоточувствительного элемента, поэтому вторым сомножителем в уравнении (1) можно пренебречь. Тогда выражение для ЧКХ можно записать следующим образом:

$$K(v) = \frac{\sin(\pi v v t_{3KC})}{\pi v v t_{3KC}}.$$
(2)

Анализ формулы (2) позволяет сделать вывод, что ЧКХ имеет нулевые значения при выполнении условия

$$vt_{\rm 2KC} = n/v = nA, \tag{3}$$

где *А* — расстояние между штрихами в паре штрихов, обратно пропорциональное пространственной частоте v этой пары штрихов; *n* — целое число.

Следовательно, в данном случае при вибрациях, когда время экспозиции равно периоду вибрации, т.е. наблюдается стробоскопический эффект, ЧКХ с повышением пространственной частоты периодически проходит нулевые значения, меняя знак. При этом положительный контраст наблюдается в изображении пары штрихов, яркость которой между штрихами выше, чем яркость самих штрихов; нулевой контраст наблюдается при равенстве яркости изображений штрихов и яркости между штрихами; отрицательный же контраст наблюдается в случае, когда яркость между штрихами меньше, чем яркость самих штрихов.

Рассмотрим тест-объект, состоящий из десяти параллельных парных черных штрихов, нанесенных на белую бумагу. Коэффициент заполнения каждой пары составляет 0,5, высота всех штрихов равна 40 мм. Размеры *а* штрихов составляют 0,91; 0,83; 0,75; 0,66; 0,58; 0,50; 0,42; 0,33; 0,25; 0,17 мм, а соответствующие им пространственные частоты v равны 0,54; 0,60; 0,67; 0,75; 0,86; 1,00; 1,20; 1,50; 1,99; 2,99 мм<sup>-1</sup>.

На рис. 1, *a*, *б* представлены соответственно изображение штрихового тест-объекта [5] и графики теоретической и экспериментальной ЧКХ при размахе вибрации R = 0,42 мм. Согласно формуле (2) переход ЧКХ через нуль соответствует пространственной частоте

$$v = \frac{1}{vt_{\text{avc}}} = \frac{1}{2R} = \frac{1}{2 \cdot 0, 42} \approx 1,19 \text{ MM}^{-1}.$$
 (4)

Следовательно, в парных штрихах, имеющих аналогичную пространственную частоту, должен возникать нулевой контраст.



Как видно из теоретического и экспериментального графиков, области первого нулевого контраста имеют хорошее совпадение. Однако в диапазоне частот 1,5—3,0 мм<sup>-1</sup> контраст в изображении штрихов остается отрицательным, хотя согласно теории должны наблюдаться и отрицательный, и нулевой, и положительный контрасты.

Более существенное отличие наблюдается при увеличении размаха вибрации. Изображение штрихового тест-объекта и графики теоретической и экспериментальной ЧКХ при размахе вибрации R = 0,84 мм приведены на рис. 2, *а*, *б* соответственно. Аналогично предыдущему примеру области первого нулевого контраста имеют хорошее совпадение, при повышении пространственной частоты значение K(v) становится отрицательным и асимптотически стремится к нулю, хотя в соответствии с формулой (2) знак должен периодически меняться. Следовательно, модель ЧКХ фотоприемника при вибрации изображения тест-объекта требует уточнения.



Рассмотрим в качестве тест-объекта парные штрихи, коэффициент заполнения которых равен 0,5, т.е. размер штриха в два раза меньше расстояния между штрихами. Распределение яркости по координате *x* в изображении штриха размером *a* при вибрации с учетом влияния функции рассеяния точки объектива можно описать с помощью функции

$$f(x,a,R) = \frac{a}{2} \left/ \left( \frac{a}{2} + \frac{R}{2} \right) \exp \left[ -x^{\alpha} \right/ \left( \frac{1}{2a} + \frac{R}{2} \right)^{\alpha} \right],$$
(5)

где а — степень гауссоиды, характеризующая крутизну фронта.

Физический смысл формулы (5) заключается в следующем. При отсутствии вибрации ширина изображения штриха по уровню 0,5 близка к величине *а*, яркость штриха близка к единице. При увеличении размаха вибрации ширина изображения штриха увеличивается, при этом яркость штриха снижается.

Для упрощения дальнейшего анализа частотно-контрастной характеристики в формуле (5) перейдем от размера *а* штриха к пространственной частоте v:

$$f(x,\nu,R) = \frac{1}{4\nu} \left/ \left( \frac{1}{4\nu} + \frac{R}{2} \right) \exp \left[ -x^{\alpha} \right/ \left( \frac{1}{4\nu} + \frac{R}{2} \right)^{\alpha} \right].$$
(6)

Построим теоретическую ЧКХ на основе предложенной модели искажения изображения штриха при вибрации. Тогда распределение яркости в изображении расположенных на расстоянии *A* пары штрихов размером *a*, с коэффициентом заполнения 0,5, характеризуется выражением

$$g(x, \mathbf{v}, R) = f\left(x + \frac{A}{2}, \mathbf{v}, R\right) + f\left(x - \frac{A}{2}, \mathbf{v}, R\right).$$
(7)

Используя эту модель, можно получить аналитическое выражение зависимости K(v, R):

$$K(\mathbf{v}, R) = \frac{g\left(\frac{A}{2}, \mathbf{v}, R\right) - g(0, \mathbf{v}, R)}{g\left(\frac{A}{2}, \mathbf{v}, R\right) + g(0, \mathbf{v}, R)}.$$
(8)

Графики теоретической ЧКХ, рассчитанной по формуле (8), и экспериментальной ЧКХ при R = 0,42 мм и R = 0,84 мм представлены на рис. 3 и 4 соответственно. Как показывает анализ рис. 3, при фиксированном значении вибрации K(v)=0 только единожды. При увеличении R (см. рис. 4) крутизна фронта графика ЧКХ увеличивается, и K(v)=0 на более низких частотах, однако при увеличении v значение K(v) остается отрицательным и асимптотически стремится к нулю. При уменьшении R крутизна фронта графика ЧКХ также уменьшается, и K(v)=0 на более высоких частотах.



Puc. 4

Сравнивая модели ЧКХ, построенные по формулам (2) и (8) при одних и тех же значениях размаха вибрации, можно сделать вывод, что изменение контраста как в первом, так и во втором случае практически одинаково на низких пространственных частотах до первого пересечения оси v. При повышении v ЧКХ, вычисленная по формуле (2), осциллирует вокруг оси пространственных частот, затухая и периодически меняя знак, а ЧКХ, вычисленная по формуле (8), остается отрицательной и асимптотически стремится к нулю. Оценим с помощью регрессионного анализа, насколько точно каждая из представленных моделей описывает проведенные эксперименты [6].

При R = 0,42 мм коэффициент детерминации D экспериментальной ЧКХ и ЧКХ, рассчитанной по формуле (2), составляет 0,88, а для экспериментальной ЧКХ и ЧКХ, рассчитанной по формуле (8), D = 0,84. Из этого можно сделать вывод, что при размахе вибрации, сопоставимом с размером самых малых по ширине штрихов, ЧКХ (2) и ЧКХ (8) корректно описывают проведенный эксперимент.

При R = 0,84 мм коэффициент детерминации экспериментальной ЧКХ и ЧКХ, рассчитанной по формуле (2), составляет 0,27, а для экспериментальной ЧКХ и ЧКХ, рассчитанной по формуле (8), D = 0,78. Следовательно, при повышении размаха вибрации модель ЧКХ (2) плохо интерпретирует проведенный эксперимент, так как D < 0,50. ЧКХ (8) как при малом, так и при большом R сохраняет стабильное значение, превышающее 0,70.

Проведенные исследования позволяют сделать вывод, что классическая формула ЧКХ при движении тест-объекта не может быть использована для вычисления контраста стробоскопического изображения тест-объекта при его вибрации, так как согласно экспериментам ЧКХ имеет лишь одно пересечение оси пространственных частот. Предложенная модель ЧКХ, рассчитанной по формуле (8), позволяет корректно описать проведенный эксперимент для различных значений размаха вибрации.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 721 с.

2. Марешаль А., Франсон М. Структура оптического изображения. М.: Мир, 1964. 295 с.

3. О'Нейл Э. Введение в статистическую оптику. М.: Мир, 1966. 254 с.

4. Мирошников М. М. Теоретические основы оптико-электронных приборов. СПб: Лань, 2010. 704 с.

5. ГОСТ 24346-80. Вибрация. Термины и определения. Введ. 01.01.1981. М.: Изд-во стандартов, 1980. 34 с.

6. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. М.: Диалектика, 2007. 912 с.

#### Сведения об авторах

Евгений Александрович Зрюмов	 канд. техн. наук, доцент; Алтайский государственный технический
	университет им. И. И. Ползунова, кафедра информационных техноло-
	гий, Барнаул; E-mail: e.zrumov@mail.ru
Сергей Петрович Пронин	 д-р техн. наук, профессор; Алтайский государственный технический
	университет им. И. И. Ползунова, кафедра информационных техноло-
	гий, Барнаул; E-mail: sppronin@mail.ru

Рекомендована кафедрой информационных технологий

Поступила в редакцию 28.12.12 г.

#### В. П. ВЕЙКО, А. А. САМОХВАЛОВ

#### ЛАЗЕРНАЯ ОЧИСТКА РАСТРИРОВАННЫХ ВАЛОВ СО СПЕКТРАЛЬНЫМ КОНТРОЛЕМ

Представлена методика контроля процесса лазерной очистки посредством лазерно-искровой эмиссионной спектроскопии. Сформирован спектральный критерий безопасной лазерной очистки растрированных валов, позволяющий сохранять структуру поверхности при максимальном эффекте очистки.

**Ключевые слова:** лазерная очистка, волоконный лазер, лазерно-искровая эмиссионная спектроскопия, обратная связь, растрированный вал.

Введение. Лазерная очистка — достаточно известный метод, используемый во многих областях, среди которых реставрация объектов культурного наследия (очистка памятников, картин, мрамора, старинных монет и т.д.) [1] и микроэлектроника (очистка кремниевых подложек) [2] являются традиционными сферами ее применения. Также к современным областям применения лазерной очистки можно отнести удаление слоев коррозии, красок и различных покрытий с поверхностей деталей и узлов машин (например, турбинных лопаток, полиграфических анилоксовых валов, литьевых форм и т.д.); удаление радиоактивных загрязнений с объектов атомной энергетики [3]; очистку железнодорожного полотна [4], очистку стен от граффити и т.д.

Несмотря на такие технологические преимущества лазерного метода, как бесконтактность, мобильность, отсутствие расходных материалов, экологическая безопасность, возможность селективного удаления загрязнений, не решенной остается проблема контроля процесса лазерной очистки. Частичное решение данной проблемы заключается в применении метода лазерно-искровой эмиссионной спектроскопии (ЛИЭС) [5], что было успешно продемонстрировано при реставрации предметов искусства [6—9].

Как правило, при лазерной очистке объектов культурного наследия используется режим одиночных импульсов с энергией порядка 50—100 мДж, где традиционная схема ЛИЭС с сигналом задержки [5] успешно применима. Но при очистке промышленных объектов технологически оправданным является многоимпульсный режим воздействия при энергии в импульсе порядка 0,5—1 мДж, что делает невозможным использование традиционной схемы ЛИЭС. Оптимизация метода ЛИЭС для контроля многоимпульсной лазерной очистки на примере очистки растрированного вала и является предметом исследования в настоящей статье.

Анализ известных подходов к проблеме контроля. В целом можно выделить две группы методов, пригодных для контроля процесса лазерной очистки: оптические и оптоакустические, с выполнением при этом функции обратной связи. К оптическим методам относятся ЛИЭС, метод отраженного пучка (Beam Reflection Method) [10] и фотодиодный метод измерения рассеянного света плазмы [6]. Оптоакустические методы заключаются в регистрации акустических спектров, возникающих при очистке.

Для технологии сухой лазерной очистки наиболее гибким и универсальным является метод ЛИЭС, основанный на регистрации спектра плазмы, возникающей при лазерной абляции. Типичный случай очистки по методу ЛИЭС описан в работе [7], где приведены результаты одновременного наблюдения характерных спектральных линий подложки и загрязнений. По отношению интенсивностей спектральных линий можно судить о глубине абляции поверхности и минимизировать тем самым возможные разрушения очищаемого образца.

В работе [8] описан другой подход, при котором очистке от воска была подвергнута деревянная подложка, критерием прекращения воздействия лазерного излучения служило появление в эмиссионном спектре характерной спектральной линии.

Если до начала процесса очистки возможно получение спектра незагрязненной подложки, выполняющего роль опорного, то задача несколько упрощается. В работе [9] описан подобный метод контроля процесса лазерной очистки: перед началом процесса был снят спектр чистого пергамента, являющийся в данном случае опорным, а в ходе самого процесса осуществлялось компарирование опорного спектра с регистрируемым после каждого лазерного импульса. В результате после четвертого лазерного импульса значение коэффициента корреляции составляло 0,98, и процесс очистки прекращался.

Критерием качества очистки, в частности металлов от окислов, может служить наличие линий кислорода в эмиссионном спектре, при исчезновении которых поверхность считается очищенной, что было показано в работе [3].

**Постановка задачи.** В настоящей статье исследуется процесс очистки от краски поверхности растрированного вала, представляющего собой металлический цилиндр с плазменным напылением  $Cr_2O_3$ , в слое которого выполнена лазерная гравировка в виде шестиугольных микроячеек. Изображение поверхности растрированного вала до очистки приведено на рис. 1; стрелками показаны характерные эксплуатационные трещины и каверны поверхности вала, возникшие во время его эксплуатации. На рис. 2 показано поперечное сечение растрированного вала, где 1 — перемычка, 2 — дно ячейки, 3 — стенки ячейки, 4 — металлическая основа вала.



В качестве образца для исследования использовался растрированный вал, вышедший из эксплуатации и загрязненный УФ-отверждающейся краской (данная краска наиболее часто применяется во флексографии). Для контроля процесса лазерной очистки был выбран метод ЛИЭС, как наиболее чувствительный из всех оптических методов и позволяющий понять, насколько качественно выполнен процесс удаления загрязнений.

Проблема применения метода ЛИЭС заключалась в том, что для очистки был использован маломощный импульсный иттербиевый волоконный лазер IPG-Photonics со следующими параметрами: мощность излучения  $P_{\text{max}}=20$  Вт, частота следования импульсов f=20...100 кГц, длительность импульса  $\tau=100$  нс, энергия импульса J=1 мДж. Также использовалась оптическая система, фокусирующая лазерный луч в пятно диаметром 200 мкм, что обеспечивало плотность мощности до  $10^{10}$ — $10^{11}$  Вт/см<sup>2</sup>. Эрозионная плазма, образующаяся при воздействии указанных импульсов, сильно отличается от традиционной, используемой для средств диагностики методом ЛИЭС [9]. Поэтому и задача, и методика спектрального контроля при промышленной лазерной очистке, в отличие от упомянутых случаев очистки культурных ценностей [6—9], совсем иные: здесь осуществляется многоимпульсная очистка, в процессе которой необходимо обеспечить не расшифровку спектров, а выявление степени очистки

и, главное, момента ее завершения. Вследствие этого важно сформулировать критерий качества очистки.

В случае анилоксовых валов, где загрязнителями выступают различные органические и полимерные краски, регистрация и расшифровка их спектров методом ЛИЭС представляется нереальной и неразумной. Так как температуры испарения этих красок достаточно малы (порядка 300—400 °C) даже по сравнению с температурой плавления плазменного покрытия  $Cr_2O_3$  (2435 °C), то необходимым и достаточным является регистрация порогов появления в спектре вторичных линий подложки (хрома Cr I), что должно обеспечить требования сохранности микрорельефа.

Экспериментальная проверка этого положения, в сущности, и была предметом исследований, описываемых в данной статье.

Экспериментальная установка. Для проведения исследований была создана экспериментальная установка, схема которой представлена на рис. 3. В качестве излучателя был использован волоконный импульсный лазер 1 (IPG-Photonics, параметры указаны выше), установленный для сканирования поверхности вала на двухкоординатном столе 6 (фирмы ISEL, Германия). Вращение анилоксового вала 5 осуществлялось через специальный механизм с приводом от бесколлекторного электродвигателя постоянного тока. Посредством изменения частоты вращения вала и скорости/шага координатного стола, а также условий фокусировки достигалась оптимальная для очистки развертка лазерного луча, представляющий собой спираль с определенным шагом.





Для регистрации спектра плазмы, возникающей в процессе лазерной очистки, использовался широкополосный волоконный спектрометр 4 (LIBS2500-5PLUS, фирмы "Ocean Optics", США). В ходе экспериментов был задействован наиболее информативный диапазон длин волн 390—515 нм. Кроме названных элементов установки, на схеме показаны: 2 — коллиматор, 3 — фокусирующая линза, 7 — блок управления координатным столом, 8 — оптоволокно спектрометра, 10 — управляющий компьютер.

Очистка растрированного вала осуществлялась в многоимпульсном режиме при непрерывном сканировании, поэтому на очищаемой поверхности возникал плазменный факел 9 (см. рис. 3). Вследствие этого для спектрометра был выбран режим скоростного считывания данных (High-Speed Acquisition) с частотой смены кадров 20 мс. Таким образом, процесс очистки контролировался в режиме реального времени. Плотность мощности лазерного излучения (q) плавно регулировалась путем изменения средней мощности в параллельном пучке, что позволяло точно выявить энергетические пороги появления новых пиков атомных линий.

Результаты эксперимента. В ходе экспериментов были получены эмиссионные спектры ( $I(\lambda)$ ), соответствующие различным режимам ( $q_1-q_5$ ) лазерной очистки анилоксового вала (рис. 4). Во всех режимах в спектре наблюдались линии хрома Cr I. Основные линии Cr I (425,37, 427,42 и 428,87 нм) были зарегистрированы даже при минимальной плотности мощности, что свидетельствует о локальной абляции микроструктуры анилоксового вала. Также был обнаружен энергетический порог воздействия лазерного излучения, при котором в эмиссионном спектре возникала группа равноотстоящих спектральных линий (396,2, 396,75, 397,45, 398,21 и 398,9 нм) одинаковой интенсивности. Данная структура является мультиплетным расщеплением линий Cr I (рис. 5).



Заметим, что молекулярных полос органических соединений в полученных спектрах обнаружено не было. Данный факт связан с тем, что молекулы углеводородов, из которых

состоит УФ-отверждающаяся краска, обладают невысокой энергией диссоциации (порядка 2—3 эВ) и в данном случае не могут быть зарегистрированы методом ЛИЭС.

Решение поставленной задачи контроля процесса лазерной очистки и выбора ее оптимального режима осуществлялось путем сопоставления полученных эмиссионных спектров и микрофотоизображений поверхности анилоксового вала при очистке в различных режимах (рис. 6):  $q_1=1,86\cdot10^{10}$  BT/M<sup>2</sup>,  $q_2=2,83\cdot10^{10}$  BT/M<sup>2</sup>,  $q_3=3,88\cdot10^{10}$  BT/M<sup>2</sup>,  $q_4=6,23\cdot10^{10}$  BT/M<sup>2</sup>,  $q_5=9,9\cdot10^{10}$  BT/M<sup>2</sup> (белой линией обозначена граница между необработанной и обработанной зонами вала).





Рис. 6

Обсуждение результатов. Визуальным фактором, характеризующим безопасность лазерной очистки при микроскопии поверхности, являются резкие края перемычек и микротрещины. Анализ изображений поверхности анилоксового вала (см. рис. 6) показывает, что при режиме  $q_3$  перемычки начинают значительно плавиться, что вызывает уменьшение высоты микрорельефа вала и недопустимо в технологическом процессе флексопечати. Режимы  $q_4$ и  $q_5$  соответствуют существенному плавлению перемычек и также не являются рабочими. При уменьшении плотности мощности до значений  $q_2$ ,  $q_1$  расплавленные перемычки отсутствуют. Более того, можно заметить, что эксплуатационные микротрещины вала имеют исходный вид, как и до лазерной очистки (см. рис. 1): это свидетельствует о безопасности этих режимов. Однако эффект очистки в режиме  $q_1$  недостаточен — дно ячеек затемнено, а на стенках ячеек присутствуют фрагменты оставшейся краски. Таким образом, оптимальным является режим  $q_2$ , при котором отсутствуют повреждения вала, а эффект очистки максимален.

На рис. 7 представлен график состояния поверхности растрированного вала при различных режимах лазерной очистки.



Сопоставление изображений поверхности вала (см. рис. 6) с эмиссионными спектрами показало, что энергетический порог, характеризующий появление группы равноотстоящих спектральных линий (см. рис. 5), соответствует режиму  $q_3$ . Таким образом, "опорным" спектром при лазерной очистке в данном случае является спектр, в котором данная группа линий отсутствует, т.е. спектр  $q_2$ . При этом диапазон рабочих плотностей мощности находится в интервале  $2,83 \cdot 10^{10}$ — $3,88 \cdot 10^{10}$  Вт/м<sup>2</sup>.

Заключение. Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод, что использование модифицированного метода лазерно-искровой эмиссионной спектроскопии позволяет определить диапазон пороговых значений плотности мощности, необходимых для эффективного удаления загрязнений даже при очистке сложных поверхностей, таких как растрированный вал. Исследуя эмиссионные спектры при различных режимах лазерной очистки, удалось выявить появление характерных пиков, соответствующих критическому разрушению подложки, на основе чего получен "опорный" спектр.

В результате исследований сформирован спектральный критерий для контроля процесса лазерной очистки анилоксовых валов, заключающийся в том, что интенсивность определенной линии в наблюдаемом эмиссионном спектре не должна превышать ее интенсивности в "опорном" спектре. Продемонстрирована работоспособность и эффективность спектрального критерия при лазерной очистке в многоимпульсном режиме.

Результаты проведенных исследований могут быть использованы при разработке других процессов лазерной очистки с помощью волоконных импульсных лазеров, которые в настоящее время широко применяются в промышленности.

Отметим, что метод ЛИЭС не позволяет определять порог возникновения микротрещин при очистке: это обусловлено наличием достаточно широкого диапазона значений плотности мощности процесса очистки. Отсутствие плазменного факела, что характерно для механизмов лазерной очистки, имеющих низкий энергетический порог, также ограничивает применение спектроскопии лазерной искры. Данные проблемы могут найти решение при использовании оптоакустического метода контроля. Статья подготовлена по результатам работы, выполненной при финансовой поддержке программы "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009—2013 гг. по гос. контракту № 14.В37.21.0144 от 20.07.2012 г. и гранта "ОПТЭК" (Carl Zeiss) по договору № 77/11 КЦ от 31.05.2012 г.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Marczak J., Koss A., Targowski P., Góra M., Strzelec M., Sarzyński A., Skrzeczanowski W., Ostrowski R., Rycyk A. Characterization of laser cleaning of artworks // Sensors. 2008. Vol. 8. P. 6507—6548 [Электронный ресурс]: <www.mdpi.com/journal/sensors>.
- 2. Leiderer P., Boneberg J., Dobler V., Mosbacher M., Münzer H.-J., Chaoui N., Siegel J., Solis J., Afonso C.N., Fourrier T., Schrems G., Bäuerle D. Laser-induced particle removal from silicon wafers // Proc. of SPIE. 2000. Vol. 4065. P. 249-259.
- 3. Veiko V.P., Mutin T.Y., Smirnov V.N., Volkov S.A. Laser spark spectroscopy for online cleaning quality control method development // Proc. of SPIE. 2011. Vol. 7996.
- 4. [Электронный pecypc]: <a href="http://www.optoiq.com/index/lasers-for-manufacturing/display/ils-article-display/250114/">http://www.optoiq.com/index/lasers-for-manufacturing/display/ils-article-display/250114/</a> articles/industrial-laser-solutions/volume-21/issue-3/features/working-on-the-railroad.html>.
- 5. Cremers D. A., Radziemski L. J. Handbook of Laser-Induced Breakdown Spectroscopy. London: John Wiley & Sons Ltd, 2006.
- Lentjes M., Klomp D., Dickmann K. Sensor concept for controlled laser cleaning via photodiode // Lasers in the Conservation of Artworks: Proc. of Intern. Conf. LACONA V, Osnabrück, Germany, Sept. 15—18, 2003.
- Klein S., Stratoudaki T., Zafiropulos V., Hildenhagen J., Dickmann K., Lehmkuhl Th. Laser-induced breakdown spectroscopy for on-line control of laser cleaning of sandstone and stained glass // J. Appl. Phys. A. 1999. N 69. P. 441-444.
- 8. Scholten J. H., Teule J. M., Zafiropulos V., Heerenc R. M. A. Controlled laser cleaning of painted artworks using accurate beam manipulation and on-line LIBS-detection // J. Cultural Heritage. 2000. Vol. 1. P. S215—S220.
- Lentjes M., Dickmann K., Meijer J. Controlled laser cleaning of artworks with low resolution LIBS and linear correlation analysis // Proc. of Intern. Conf. on Applications of Lasers and Electro-Optics, ICALEO'05, 31 Oct. 3 Nov., 2005, Miami, USA.
- 10. Whitehead D. J., Crouse P. L., Schmidt M. J. J., Li L., Turner M. W., Smith A. J. E. Monitoring laser cleaning of titanium alloys by probe beam reflection and emission spectroscopy // J. Appl. Phys. A. 2008. N 93. P. 123—127.

Сведения об авторах

#### Вадим Павлович Вейко — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра лазерных технологий и экологического приборостроения; E-mail: veiko@lastech.ifmo.ru Андрей Александрович Самохвалов — аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра лазерных технологий и экологического приборостроения; E-mail: andrugko@list.ru Рекомендована кафедрой лазерных технологий и экологического Поступила в редакцию 06.07.12 г.

приборостроения

## ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ И НАДЕЖНОСТЬ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

УДК 621.326.7

#### В. П. ХОДУНКОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

#### ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДАМИ РАДИАЦИОННОЙ ТЕРМОМЕТРИИ

Рассматривается метод измерения теплопроводности электропроводных материалов при высоких температурах, в основе которого впервые используется эффект Томсона для проводников, нагреваемых постоянным электрическим током.

**Ключевые слова:** метод измерения, теплопроводность, эффект Томсона, температурное поле, радиационная термометрия.

Как известно, исследование физических свойств веществ при высоких температурах представляет сложную экспериментальную задачу. Это объясняется спецификой высоких температур (трудностью их достижения, поддержания и точного измерения, ограниченным выбором материалов для изготовления экспериментальных установок и т.п.), а также недостаточной разработкой методов исследования. Методы, широко применяемые при низких температурах, становятся малоэффективными, неточными и зачастую технически невозможными при использовании их в области высоких температур. Поэтому значения физических параметров одних и тех же веществ, измеренные разными исследователями и различными методами, существенно различаются. В связи с этим актуальность создания новых методов и систематического изучения физических свойств веществ при высоких температурах не вызывает сомнений. Знание теплофизических свойств материалов, а именно, теплоемкости, теплопроводности, температуропроводности, необходимо, прежде всего, в таких областях, как атомная энергетика, реактивная и авиационная техника, непосредственное преобразование тепловой энергии в электрическую и др.

В настоящей статье представлены результаты исследования, в котором была поставлена задача создать метод измерения теплопроводности электропроводных материалов при высоких температурах, удовлетворяющий современным требованиям.

Наиболее перспективными методами измерения теплопроводности металлов при высоких температурах являются методы, использующие постоянный электрический разогрев. Существуют различные вариации метода определения теплопроводности, когда проводник электричества равномерно нагревается электрическим током. Данные методы базируются на уравнении в частных производных, описывающем поток тепла в цилиндрическом проводнике:

$$\lambda \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{\partial \lambda}{\partial T} \left[ \left( \frac{dT}{dx} \right)^2 + \left( \frac{dT}{dr} \right)^2 \right] + \frac{1}{\rho} \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial U}{\partial r} \right)^2 \right] - \mu \frac{I}{S} \frac{\partial T}{\partial x} = c_\gamma \gamma \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad (1)$$

где  $\lambda$  — теплопроводность образца, Вт/(м·К); *T* — температура проводника, К; *x*, *r* — осевая и радиальная координаты соответственно, м;  $\tau$  — время;  $\rho$  — удельное электрическое сопротивление, Ом·м;  $\mu$  — коэффициент Томсона, В/К; *I* — сила тока, А; *U* — электрический потенциал, В; *S* — площадь поперечного сечения образца, м<sup>2</sup>;  $c_{\gamma}$  — удельная теплоемкость, Дж/(кг·К);  $\gamma$  — плотность образца, кг/м<sup>3</sup>.

Классификация методов [1], использующих постоянный электрический разогрев образца для определения теплопроводности металлов при высоких температурах, представлена на рис. 1.



Puc. 1<sup>\*</sup>

Для длинного и тонкого образца выражение (1) сводится к уравнению

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \rho \frac{I^2}{S^2} + \frac{P \varepsilon \sigma}{S} \left( T_0^4 - T^4 \right) - \frac{\mu I}{S} \frac{dT}{dx} = c_\gamma \gamma \frac{\partial T}{\partial \tau}$$

где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·K<sup>4</sup>) — постоянная Стефана — Больцмана, *P* — периметр образца, м;  $\varepsilon$  — коэффициент излучения; *T*<sub>0</sub> — температура окружающей среды, К.

Условия опытов формулируются обычно так, чтобы некоторыми членами ряда можно было пренебречь, и во всех известных исследованиях до сих пор пренебрегалось теплотой Томсона. Различные наименования вариаций метода соответствуют изменениям граничных

<sup>\*</sup> На рис. 1 знак "\*" соответствует условиям для установившегося режима, когда теплотой Томсона пренебрегается.

условий и аппроксимациям, которые были предложены, что позволило получать решения уравнения в замкнутом виде [1, 2].

На основе проведенного анализа и результатов собственных исследований [3] предлагается принципиально новый подход к измерению теплопроводности металлов при высоких температурах — использование эффекта Томсона.

Суть эффекта Томсона заключается в том, что в участке проводника, находящемся в градиенте температур, при прохождении постоянного электрического тока I в зависимости от его направления либо выделяется, либо поглощается теплота Томсона  $dQ_{\rm T}$  [4]:

$$dQ_{\rm T} = \mu I \left(\frac{dT}{dl}\right) dl_1, \qquad (2)$$

где  $dl_1$  — длина участка проводника, м; dT/dl — градиент температуры по длине участка, К/м.

Стационарный тепловой поток, проходящий через поперечное сечение X исследуемого образца (участка длиной  $dl_1$ ), при питании переменным током (теплота Томсона не выделяется) определяется как

$$dQ_0 = \lambda(T) \left(\frac{dT}{dl}\right)_x S.$$
(3)

Стационарные тепловые потоки, проходящие через образец при постоянном токе различного направления, равны  $dQ_1$  и  $dQ_2$ :

$$dQ_1 = \lambda(T_1) (dT_1/dl)_x S, dQ_2 = \lambda(T_2) (dT_2/dl)_x S.$$
(4)

График распределения температурного поля вдоль проводника при различных направлениях электрического тока приведен на рис. 2.



Тепловые потоки  $dQ_1$  и  $dQ_2$  отличаются от  $dQ_0$  на величину  $dQ_T$  :

$$dQ_2 - dQ_1 = 2dQ_T \Rightarrow dQ_T = \frac{1}{2} \left[ \lambda \left(T_2\right) \left(\frac{dT_2}{dl}\right)_x S - \lambda \left(T_1\right) \left(\frac{dT_1}{dl}\right)_x S \right].$$
(5)

Если принять  $\lambda(T_2) = \lambda(T_1) + d\lambda$  при  $T_2 > T_1$ , то уравнение (3) можно записать в следующем виде:

$$dQ_{\rm T} = \frac{1}{2} \left[ \lambda \left( T_1 \right) \left( \frac{dT_2}{dl} - \frac{dT_1}{dl} \right)_x S + d\lambda \left( \frac{dT_2}{dl} \right)_x S \right].$$
(6)

Ранее экспериментальным путем было установлено [3], что как при параболическом, так и при экспоненциальном распределении температуры имеются участки, где выполняется условие  $(dT_2/dl)_x - (dT_1/dl)_x = 0$ , следовательно, для таких участков образца система уравнений (4) преобразуется к виду

$$dQ_{\rm T} = \frac{1}{2} \left[ d\lambda \left( \frac{dT_2}{dl} \right)_x S \right] = \frac{1}{2} \left[ d\lambda \left( \frac{dT_1}{dl} \right)_x S \right]. \tag{7}$$

Решая уравнение (7) совместно с (2), получаем выражение для приращения теплопроводности  $d\lambda$ , соответствующее приращению температуры  $\Delta T = T_2 - T_1$ :

$$d\lambda = 2 \left[ \mu I \left( \frac{dT}{dl} \right)_x \middle/ S \left( \frac{dT_2}{dl} \right)_x \right] dl_1.$$
(8)

Но поскольку на рассматриваемом участке  $(dT/dl)_x = (dT_1/dl)_x = (dT_2/dl)_x$ , то выражение (8) принимает вид

$$d\lambda = 2\mu I \, dl_1 / S \,. \tag{9}$$

Введем в рассмотрение температурный коэффициент теплопроводности α, который вычисляется по известной формуле

$$\alpha(T) = \frac{1}{\lambda_0} \left(\frac{d\lambda}{dT}\right)_T,\tag{10}$$

где  $\lambda_0$  — теплопроводность материала образца при температуре  $T_0$ .

Отношение  $d\lambda$  (формула (9)) к соответствующему изменению температуры  $\Delta T = T_2 - T_1$  есть производная от теплопроводности по температуре на данном уровне температур:  $T = (T_1 + T_2)/2$ . Следует отметить, что при двойном воздействии эффекта Томсона температурное распределение в сечении X образца смещается на величину  $\Delta l$  (см. рис. 2), следовательно, при одинарном проявлении эффекта Томсона смещение составит  $dl_1 = \Delta l/2$ , поэтому выражение (10) с учетом (9) и изложенного выше примет вид

$$\alpha(T) = \frac{1}{\lambda_0} \frac{\mu I \Delta l}{S(T_2 - T_1)}.$$
(11)

Используя уравнение (11), можно рассчитать значение теплопроводности образца:

$$\lambda(T) = \lambda_0(T) \left[ 1 + \frac{1}{(T - T_0)} \int_{T_0}^T \alpha(T) dT \right].$$
(12)

Таким образом, метод измерения сводится к определению температурного коэффициента теплопроводности  $\alpha(T)$  по формуле (11). Параметры, входящие в уравнение (11), являются величинами, определяемыми с высокой точностью: теплопроводность  $\lambda_0$  материала при небольших температурах (рекомендуемая температура ~ 400 °C) известна с погрешностью ~6 %; коэффициент Томсона  $\mu$  — с погрешностью ~3 % [5]; сила тока I измеряется с погрешностью ~0,1 %;  $\Delta l$ , S,  $\Delta T$  — с погрешностями ~1, 1 и 0,2 % соответственно. Суммарная погрешность определения  $\alpha(T)$  по формуле (11) составляет около 7 %. Следует заметить, что погрешность определения данного параметра другими известными методами [6] может достигать 70 %.

Экспериментальная проверка метода была выполнена в лаборатории кафедры теплофизики Санкт-Петербургского национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики (СПб НИУ ИТМО) на установке, описанной в работе [3]. Схема экспериментальной установки для измерения температурного поля вдоль нити накала температурной лампы представлена на рис. 3, где 1 — температурная лампа; 2 — микропирометр ВИМП-015; 3 — образцовое сопротивление Р310, номинальное значение которого 10<sup>-3</sup> Ом; 4 — стабилизированный источник питания СИП-35; 5 — цифровой вольтметр; 6 — потенциометр Р306 постоянного тока (низкоомный); 7 — нормальный элемент (класс 0,02; Е=1,01840 В); 8 — гальванометр.



Puc. 3

Исследованию подвергался образец вольфрама, выполненный в виде полоски фольги размером 20×2×0,03 мм. Результаты измерений основных параметров при  $\lambda_0(T_0=300 \text{ K})=$ 

=130 Вт/(м·К) и  $S \cdot 10^{-8}$  =6 м<sup>2</sup> приведены в таблице.

<i>I</i> , A	<i>Т</i> <sub>1</sub> , К	Т2, К	$\Delta l \cdot 10^{-6}$ , м	μ·10 <sup>-6</sup> , B/K	Т, К	$\alpha(T) \cdot 10^{-4},  \mathrm{K}^{-1}$
5,831	1187	1210	0,60	6,3	1199	-1,2
5,745	1302	1313	0,65	4,2	1307	-1,8
6,505	1419	1428	0,30	0,7	1423	-2,1
7,375	1628	1623	0,30	-7,9	1625	-4,4
8,250	1768	1764	0,35	-14,9	1766	-13,8

Как следует из полученных результатов, при высоких температурах (начиная с 1600 °C) теплопроводность вольфрама резко падает.

В ходе экспериментальных исследований установлены следующие ограничения по применению рассмотренного метода:

1) предельная температура, при которой возможно производить измерения, не должна превышать 9/10 от температуры размягчения данного материала;

2) должно выполняться условие  $\mu I \left( dT/dl \right)_x \ge 0,35 \, \mathrm{Bt/m}$ , которое определяется возможностями измерительной аппаратуры по регистрации эффекта Томсона.

Предложенный метод позволяет обеспечивать более высокую точность измерения теплопроводности и отслеживать динамику изменения указанного параметра в зависимости от температуры. Полученные новые данные о температурном коэффициенте теплопроводности могут быть особенно важны при решении нестационарных задач с сильно изменяющимися температурными полями.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Поуэлл Р. Наиболее важные достижения в изучении теплопроводности металлов// Успехи физ. наук. 1971. Т. 105, вып. 2. С. 329—351.
- 2. Кондратьев Г. М., Дульнев Г. Н., Платунов Е. С., Ярышев Н. А. Прикладная физика. Теплообмен в приборостроении. СПб: СПбГУ ИТМО, 2003. 560 с.

- 3. Гордов А. Н., Ходунков В. П. Проявление эффекта Томсона в образцовых температурных лампах // Изв. вузов СССР. Приборостроение. 1984. Т. 27, № 3. С. 80—82.
- 4. Яворский Б. М., Детлаф А. А. Справочник по физике. М.: Наука, 1977. 421 с.
- 5. Рудницкий А. А. Термоэлектрические свойства благородных металлов и их сплавов. М.: Изд-во АН СССР, 1956. С. 18—20, 36—132.
- 6. Пелецкий В. Э., Тимрот Д. Л., Воскресенский В. Ю. Высокотемпературные исследования тепло- и электропроводности твердых тел. М.: Энергия, 1971. 182 с.

#### *Сведения об авторе* канд. техн. наук; НИУ по скрытности и защите кораблей ВУНЦ ВМФ

E-mail: walkerearth@mail.ru

"Военно-морская академия им. Н. Г. Кузнецова", Санкт-Петербург;

Вячеслав Петрович Ходунков

Рекомендована кафедрой компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга СПбНИУ ИТМО Поступила в редакцию 24.04.12 г.

УДК 536.6

#### В. А. КОРАБЛЕВ, Д. А. МИНКИН, Л. А. САВИНЦЕВА, А. В. ШАРКОВ

#### ИССЛЕДОВАНИЕ МОЩНОСТИ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ ЭЛЕКТРОННОЙ И ОПТОЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ

Представлен метод измерения мощности тепловыделений в полупроводниковых приборах и импульсных газоразрядных лампах. Рассмотрен один из способов реализации метода.

**Ключевые слова:** калориметр, внутренние источники тепла, передаточная функция, микросборка.

При исследовании тепловых режимов электронных и оптоэлектронных приборов необходимо знать мощность тепловыделений в их отдельных элементах. Вследствие того что в электронных элементах существует отток энергии по выводам и проводам, а электрическая энергия преобразуется в другие виды энергии, теоретически рассчитать мощность тепловыделений довольно сложно. Экспериментальные методы определения источников тепла с использованием биокалориметров или тепломеров в данных случаях не применимы из-за сложности реализации, невозможности обеспечить нормальный тепловой режим исследуемых элементов и неточностей, связанных с оттоками теплоты к соседним поверхностям.

В настоящей статье рассматривается калориметрический метод измерения мощности тепловыделений внутренних источников тепла в элементах электронной и оптоэлектронной техники.

Суть метода заключается в том, что исследуемый объект устанавливается в калориметрическое устройство, которое, в свою очередь, помещается в оболочку. Калориметрическое устройство содержит датчик температуры. После подачи электропитания на исследуемый объект производится запись изменения температуры калориметрического устройства, и по скорости его разогрева и перегрева относительно оболочки судят о мощности тепловыделений в исследуемом объекте. Тепловые процессы, происходящие в данной системе, можно описать следующим образом. Теплота от исследуемого элемента передается калориметрическому устройству, и его температура начинает расти, при этом часть теплоты поступает через зазор в оболочку. Тепловой баланс можно описать следующей системой уравнений:

$$C_{0} \frac{dT_{0}}{d\tau} + \sigma_{0k} (T_{0} - T_{k}) = \Phi(\tau);$$

$$C_{k} \frac{dT_{k}}{d\tau} + \sigma_{0k} (T_{k} - T_{0}) + \sigma_{kc} (T_{k} - T_{c}) = 0,$$
(1)

где  $C_0$  и  $C_k$  — теплоемкость электронного элемента и калориметрического устройства соответственно;  $\tau$  — время;  $\sigma_{kc}$  — тепловая проводимость между калориметрическим устройством и оболочкой;  $\sigma_{0k}$  — то же, между электронным элементом и калориметрическим устройством;  $T_0$ ,  $T_k$  и  $T_c$  — температура электронного элемента, калориметрического устройства и оболочки соответственно;  $\Phi$  — мощность тепловыделений в исследуемом элементе.

Система уравнений (1) позволяет определить мощность источника тепла в электронном элементе, но при этом появляется погрешность, вызванная неравномерностью во времени температурных полей калориметра и исследуемого элемента. Для анализа данной погрешности предложено использовать метод передаточных функций [1], основанный на интегральном преобразовании Лапласа, который позволяет рассчитать мощность тепловыделений как функцию временной зависимости температуры ядра калориметра.

Для определения передаточной функции перегрева калориметра в зависимости от мощности тепловыделений в элементе система уравнений (1) была преобразована по Лапласу и в результате получена следующая система [2]:

$$C_0 sL + \sigma_{0k} L - \sigma_{0k} N = \theta;$$

$$C_k sN + \sigma_{0k} N - \sigma_{0k} L + \sigma_{kc} N = 0,$$
(2)

где *L* и *N* — изображение по Лапласу перегрева  $\vartheta_0$  электронного элемента и перегрева оболочки соответственно;  $\theta$  — изображение по Лапласу мощности  $\Phi(\tau)$ ; *s* — параметр преобразования Лапласа.

По виду передаточной функции было установлено, что калориметрическое ядро является инерционным звеном, и определена его передаточная функция

$$L[\vartheta_k(\tau)] = \vartheta_{c\tau}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+m}\right),$$

где  $\vartheta_k$  — изображение по Лапласу перегрева калориметра;  $\vartheta_{ct}$  — стационарное значение перегрева калориметра,  $m = \sigma_{kc}/C_k$  — темп его охлаждения.

Для определения коэффициентов передаточной функции была создана экспериментальная установка (рис. 1). Электронный элемент 1 установлен на калориметрическом ядре 2, и эти элементы помещены в оболочку 3. Теплоемкость ядра 2 должна превышать теплоемкость элемента 1 не менее чем в 10 раз, а теплоемкость оболочки 3 должна превышать теплоемкость ядра 2 не менее чем в 20 раз. Теплота от элемента 1 передается ядру 2, и его температура начинает расти, при этом часть теплоты поступает через зазор в оболочку. На схеме также показаны кабель электропитания 4 и датчики температуры 5 и 6.



На 1-м этапе производилась градуировка уста-

новки. На элемент наматывался дополнительный проволочный нагреватель, на который подавалась калиброванная мощность (2, 4, 6 Вт), и измерялся перегрев ядра калориметра. После обработки полученных графиков зависимости перегрева ядра калориметра от времени определялся темп остывания. На основе вычисленных параметров передаточной функции рассчитана мощность тепловыделений транзистора и по сопоставлению с поданной мощностью определена погрешность метода.



В качестве примера реализации метода можно привести анализ мощности тепловыделений в микросборке (рис. 2), в которой наибольшие мощности рассеивают диод 1, транзистор 2 и трансформатор 3. Так как электрические сигналы, проходящие через эти элементы, имеют сложную форму, то определить средние значения мощности тепловыделений в них затруднительно. Элементы установлены на калориметрах, выполненных в виде цилиндров из меди, и длинными проводами подсоединены к плате 4, которая, в свою очередь, подсоединена к источнику питания. В качестве нагрузки используется остеклованный резистор 5. Калориметры в период измерений обеспечивают нормальный тепловой режим исследуемых элементов. До начала опыта каждый калориметр помещался в теплоемкую оболочку, а установленная в нем термопара подключалась к многоканальной измерительной системе. После подачи питания на микросборку записывались изменения

температуры калориметра. В результате обработки данных получены значения мощности тепловыделений в элементах микросборки.

Многократное повторение опытов позволило оценить погрешность данного метода, которая не превышает 8 %. Предложенный метод исследования мощности тепловыделений использован при измерении теплоты внутренних источников в полупроводниковых приборах и импульсных газоразрядных лампах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мирошник И. В. Теория автоматического управления. Линейные системы. СПб: Питер, 2005. 336 с.

2. Диткин В. А., Прудников А. П. Интегральное преобразование и операционное исчисление. М.: Физматгиз, 1961.

		Сведения об авторах
Владимир Антонович Кораблев		канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный иссле-
		довательский университет информационных технологий, механики и
		оптики, кафедра компьютерной теплофизики и энергофизического
		мониторинга; E-mail: ktf.grv@ifmo.ru
Дмитрий Алексеевич Минкин	—	Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
		информационных технологий, механики и оптики, кафедра компью-
		терной теплофизики и энергофизического мониторинга; ассистент;
		E-mail: ktf.grv@ifmo.ru
Людмила Алексеевна Савинцева	_	канд. техн. наук; Санкт-Петербургский национальный исследователь-
		ский университет информационных технологий, механики и оптики,
		кафедра компьютерной теплофизики и энергофизического монито-
		ринга; E-mail: ktf.grv@ifmo.ru
Александр Васильевич Шарков	—	д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный ис-
		следовательский университет информационных технологий, механики
		и оптики, кафедра компьютерной теплофизики и энергофизического
		мониторинга; E-mail: ktf.grv@ifmo.ru
Рекомендована кафедрой		Поступила в редакцию
компьютерной теплофизики и		24.12.09 г.

энергофизического мониторинга

# ИНФОРМАЦИЯ

# 24—28 июня 2013 г. в Санкт-Петербурге (г. Пушкин) состоится

INTERNATIONAL SYMPOSIUM Fundamentals of Laser Assisted Micro - & Nanotechnologies



МЕЖДУНАРОДНЫЙ СИМПОЗИУМ Фундаментальные основы лазерных микро-и нанотехнологий

#### Организаторы:

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (НИУ ИТМО) и Институт общей физики РАН (ИОФ РАН)

#### Почетные председатели симпозиума:

В. Н. Васильев (НИУ ИТМО) и И. А. Щербаков (ИОФ РАН)
Председатели симпозиума:
В. П. Вейко (НИУ ИТМО) и В. И. Конов (ИОФ РАН)

#### Основные секции конференции:

— "Лазерные микро- и нанотехнологии",

— "Взаимодействие лазерного излучения с веществом".

#### Конференции и семинары в составе симпозиума:

— Конференция молодых ученых, инженеров и студентов "Действие интенсивного лазерного излучения и его применения",

- Конференция "Фотофизика наноразмерных систем",
- Конференция "*Технология фемтосекундных воздействий*",
- Конференция "Интенсивное лазерное воздействие в биологии и медицине",
- Семинар молодых ученых "Взаимодействие терагерцового излучения с веществом",
- Семинар "Лазерная очистка и реставрация: процессы и их диагностика",
- Семинар "Фазовые изменения в оптических материалах и сплавах",
- Семинар "Применение мощных волоконных лазеров",
- Выставка.

#### Официальный язык симпозиума — английский

Последний срок подачи тезисов — 18 марта 2013 г.

Контактная информация:

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49, тел./факс: +7 (812) 233 3406.

E:-mail: flamn13@gmail.com; сайт симпозиума: http://www.lastech.ifmo.ru/FLAMN13

#### SUMMARY

#### P. 5—11.

#### DECISION RULES IN ALGORITHMS FOR SYSTEM TECHNICAL STATE DETERMINATION

The problem of decision rules formulation in development of algorithms for a system technical state determination is analyzed. The algorithms in question are based on the combinational or the stepwise methods adapted to the tasks of functioning control, work capacity control, and failure search. Special consideration is given to correct account for time-correlation of separate events in stating the decision rules in control of system functioning.

Keywords: technical state, trajectory, decision rule, control of functioning, identification, verification.

#### Data on author

*Valentin I. Senchenkov* — Dr. Techn. Sci., Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Special Technical Systems of Space Complexes, St. Petersburg; E-mail: svi9@rambler.ru

#### P. 11-16.

# HIGH-LEVEL SYNTHESIS OF DIGITAL SYSTEMS WITH THE USE OF LLVM INFRASTRUCTURE

High-level synthesis system is designed with the use of the open compiler infrastructure LLVM. A simple program of automatic generation of computer hardware microarchitecture based on high-level language algorithm is described. Main synthesis stages are considered using a simple demo program.

Keywords: high-level synthesis, application-specific hardware, pipelining, dataflow processors.

#### Data on author

*Roman I. Popov* – Post-Graduate Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Computer Technology; E-mail: ripopov@gmail.com

#### P. 16-21.

#### SPARE SET SYNTHESIS TECHNIQUE BASED ON DYNAMIC PROGRAMMING

A method for synthesis of spare sets for complex technical systems is considered. A technique based on dynamic programming is proposed. The method peculiarities and its analytical capabilities are illustrated by presenting results of numerical experiment.

...

Keywords: spare set synthesis, prime development contractor, dynamic programming.

**n** /

	Data on authors
Igor V. Lysenko	 Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of RAS
	(SPIIRAS), Laboratory of Information-Analytic Technologies in Economics;
	E-mail: ilys@iias.spb.su
Anatoly I. Ptushkin	 Cand. Techn. Sci., Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Mili-
	tary Technical Exploitation, St. Petersburg; E-mail: anatoly.ptushkin2011@yandex.ru
Boris V. Sokolov	 Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of RAS
	(SPIIRAS), Deputy Director for R&D E-mail: sokol@iias.spb.su

#### P. 21—24.

# DEVELOPMENT OF FINITE ELEMENTS LIBRARY FOR COMPUTER-AIDED DESIGN OF REED SWITCH ELASTIC STRUCTURES

The creation of finite elements library for CAD of modern reed switches for alarm systems is considered. History of reed switch design and manufacturing is discussed, comparative analysis of Russian and foreign-made switches is presented.

Keywords: reed switches, finite elements, the elastic sensing elements, CAD, alarm systems.

# Data on authorsVera L. Tkalich—Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Computer Systems Design;<br/>E-mail: Vera\_Leonidovna\_Tkalich@mail.ruRimma Ya. Labkovskaya—Post-Graduate Student; St. Petersburg National Research University of Information<br/>Technologies, Mechanics and Optics, Department of Computer Systems Design;<br/>E-mail: studsovet\_itmo@mail.ruOlga I. Pirozhnikova—Post-Graduate Student; St. Petersburg National Research University of Information<br/>Technologies, Mechanics and Optics, Department of Computer Systems Design;<br/>E-mail: studsovet\_itmo@mail.ru

#### P. 25—29.

# MATHEMATICAL MODEL OF RELATION BETWEEN ISOCHRONIC VARIATIONS OF CONTROL SYSTEM STATE CHARACTERISTICS AND ITS COMPONENTS PERTURBATIONS PARAMETERS

Relation between random variations of an aircraft control system parameters and the aircraft state characteristics at a fixed moment is considered. The problem of development of a linear model describing the relation is addressed. Values of the model parameters are derived by minimization of an integral functional under limiting conditions in the form of nonlinear matrix equation. An analytical solution to the variational problem is obtained, and advantage of the developed model as compared with the known model based on sensitivity factors is demonstrated.

Keywords: control system, variable state characteristics, linear model, parameters, accuracy.

#### Data on authors

Vladimir N. Arsenev	 Dr. Techn. Sci., Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of
	Automation and Electronics, St. Petersburg; E-mail: vladar56@mail.ru
Andrey G. Kokhanovsky	 Cand. Techn. Sci.; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, St. Petersburg; Head of
	Department; E-mail: koxa.and.68@mail.ru
Alexander S. Fadeev	 Cand. Techn. Sci.; Center for Ground-Based Space Infrastructure Facilities Opera-
	tion, Moscow; Director General

P. 30-37.

#### ADAPTIVE CONTROL OVER NON-MINIMUM PHASE NONLINEAR OBJECTS

The problem of adaptive control is solved for a specific class of nonlinear non-minimum phase objects. It is shown that algorithm designed for minimum-phase objects is applicable also for non-minimum objects systems under conditions derived.

Keywords: nonlinear object, non-minimum phase object, adaptive control, singularly perturbed system.

#### Data on author

*Igor B. Furtat* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: cainenash@mail.ru

#### P. 38-43.

# METROLOGICAL ASSESSMENT OF RELIABILITY OF MEASURING TOOL FOR EDUCATIONAL AND SCIENTIFIC PURPOSES

Efficiency of a new criterion of metrological reliability is demonstrated by the example of technical condition testing of measuring instruments used in scientific work and student training. Recommendations are formulated to improve training quality in operation of new facilities.

Keywords: probability, metrological reliability, error, instrument, human factor.

Data on authors				
Leonid V. Efremov		Dr. Techn. Sci., Professor; Murmansk State Technical University, Department of Technol-		
-		ogy of Metals and Ship-Repair; E-mail: levlefr@mail.ru		
Zhanna V. Kumova		Post-Graduate Student; Murmansk State Technical University, Department of Technology		
		of Metals and Ship-repair; E-mail: zhannakmv@yandex.ru		

#### P. 44-47.

#### SCALE DIVISION AND RESOLVING CAPACITY OF THE SCALE

A concept of a scale definition capability is introduced to relate to the readings distribution. The concept provides the basis for correlation of scale division value (resolution) and the instrument accuracy, random and systematic errors, and measurement error estimation.

Keywords: scale, scale division, resolving capacity, random error, systematic error, measurement error.

		Data on authors
Valentin A. Kulikov	_	Cand. Techn. Sci.; Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
		Department of Ship-Repairing Technologies, St. Petersburg;
		E-mail: valekulikov@yandex.ru
Alexander V. Kulikov		NPP "Centrservisinform", Ltd; St. Petersburg; Leading Engineer; E-mail: 21412@bk.ru

#### P. 48—57.

#### IMPROVEMENT IN STABILIZATION OF OUTPUT VOLTAGE OF PULSED DC CONVERTER

A method to improve the quality of output voltage stabilization for pulsed DC converter is considered. The method is based on combination of perturbation action control (main control) with control over deviation of output voltage from a designated value. The possibility to depress the converter resonant features and to reduce the deviations by increase in output capacitor value is demonstrated. The effect of the converter nonlinearity on output voltage stabilization quality is assessed.

Keywords: stabilization quality, pulsed step-up converter, combined control.

#### Data on author

Anatoly I. Korshunov

- Dr. Techn. Sci., Professor; Admiral N. G. Kuznetsov Naval Academy, Naval Engineering Institute, Department of Radioelectronics, St. Petersburg; E-mail: a.i.korshunov@mail.ru

#### P. 58—64.

# STUDY OF MAGNETIC PERMEABILITY OF STEEL SPECIMENS IN UNIFORM ALTERNATING FIELD UNDER TENSILE ELASTIC DEFORMATION

A setup for measurement of magnetic permeability of steel specimens under tensile elastic deformation is described. Theoretical background of the approach and the measuring method are presented. Dependence of magnetic permeability components on loadings value, magnitude and frequency of magnetic field, and on the specimen material structure is studied with the use of graphical interpretation of experimental data.

Keywords: magnetic permeability, magnetic field strength, elastic deformation, domain wall, field magnitude.

Data on authors				
Vladimir A. Sandovsky		Dr. Techn. Sci.; Institute of Metal Physics of RAS, Department of Nondestructive		
		Testing of Materials, Ekaterinburg; E-mail: mar 19@e-sky.ru; sandov@imp.uran.ru		
Eugeny M. Fainshmidt	_	Dr. Techn. Sci., Professor; B. N. Yeltsin Ural Federal University, Nizhny Tagil Insti-		
		tute of Technology; E-mail: nti@ntiustu.ru		

P. 65-71.

#### **EVALUATION OF EFFECTIVENESS OF HIGH-POWER LASER AMPLIFIER**

Integrated criteria of optical homogeneity of high-power laser active medium are discussed. Optimization of laser amplifier is shown to account for both power characteristics and effectiveness of laser radiation energy transmission to operation zone. Specifics of optimal scaling for laser amplifier operated under linear and saturated amplification conditions for regular and statistical phase inhomogeneity of the active medium are revealed.

**Keywords:** effectiveness criteria, optical homogeneity of active medium, Schtrel ratio, laser-amplifier, parametrical optimization, divergence of radiation.

#### Data on author

*Vitaly V. Lobachev* — Cand. Techn. Sci.; D. F. Ustinov Baltic State Technical University "VOENMEH", Department of Laser Technique, St. Petersburg; VLobachev@Yandex.ru

#### P. 71-75.

# DEVELOPMENT OF A SIMILARITY CRITERION FOR COLOR CHARACTERISTICS OF GAS DISCHARGE METAL-HALIDE LAMPS

The known color coordinate systems are reviewed and possibility of application to development of similarity criterion for color characteristics of gas discharge metal-halide lamps is considered.

Keywords: gas discharge lamp, color coordinates, similarity criterion.

#### Data on author

*Igor A. Gariutin* — St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Micro- and Nanotechnologies of Space Instrument Making; Senior Lecturer; E-mail: manoftomorrow@mail.ru

## P. 76—80.

106

#### **COLORIMETRIC DETECTOR BASED ON THREE-ELEMENT RGB-PHOTODIODE**

Basic design features and technical performance characteristics of laboratory colorimetric detector based on three-element RGB-photodiode with three optical filters for measuring of color parameters of transparent and diffuse reflective objects are considered. The detector calibration procedure is discussed. Results of test measurements carried out with colored glasses and diffuse reflectors are presented.

Keywords: colorimetric sensor, RGB-photodiode, optical filter, colored glasses, diffuse reflector, color coordinates.

		Data on authors
Nikolay P. Belov	_	St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Me-
		chanics and Optics, Department of Solid State Optoelectronics; Senior Scientist
Vladimir N. Grisimov	_	Dr. Med. Sci.; I. P. Pavlov St. Petersburg State Medical University,
		Department of Stomatology
Yury Yu. Smirnov	_	Post-Graduate Student; St. Petersburg National Research University of Informa-
		tion Technologies, Mechanics and Optics, Department of Solid State Optoelec-
		tronics
Aleksandra S. Sherstobitova	_	Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information
		Technologies, Mechanics and Optics, Department of Solid State Optoelectronics;
		E-mail: ashev87@mail.ru
Andrey D. Yaskov		Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research University of In-
		formation Technologies, Mechanics and Optics, Department of Solid State Opto-
		electronics

#### P. 81-85.

# ANALYSIS OF THE CONTRAST TRANSFER FUNCTION OF A VIDEO SYSTEM WITH CCD PHOTORECEIVER UNDER TEST-OBJECT VIBRATION

The effect of test-object vibration on the contrast transfer function is analyzed. Discrepancies between the known theoretical results and the experimental data are revealed, and an improved model for the contrast transfer function is proposed.

Keywords: contrast transfer function, test-object, vibration, CCD photoreceiver.

		Data on authors
Evgeny A. Zryumov	—	Cand. Techn. Sci.; I. I. Polzunov Altai State Technical University, Department of Infor-
		mation Technologies, Barnaul; E-mail: e.zrumov@mail.ru
Sergey P. Pronin	_	Dr. Techn. Sci., Professor; I. I. Polzunov Altai State Technical University, Department of
		Information Technologies, Barnaul; E-mail: sppronin@mail.ru

#### P. 86—92.

#### LASER CLEANING OF METERING ROLLERS UNDER SPECTROSCOPIC CONTROL

A method of control over laser cleaning process by means of laser-induced breakdown spectroscopy (LIBS) is presented. A spectroscopic criterion of safety cleaning of metering rollers is formulated; the criterion allows for surface structure retention at maximal cleaning effectiveness.

Keywords: laser cleaning, fiber laser, laser-induced breakdown spectroscopy, feedback, metering roller.

	Summary	107
	Data on authors	
Vadim P. Veiko —	Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research V	University of Informa-
	tion Technologies, Mechanics and Optics, Department of La	ser Technologies and
	Applied Ecology; E-mail: veiko@lastech.ifmo.ru	
Andrey A. Samokhvalov —	Post-Graduate Student; St. Petersburg National Research Uni	versity of Information
	Technologies, Mechanics and Optics, Department of Laser	Fechnologies and Ap-
	plied Ecology; E-mail: andrugko@list.ru	

P. 93—98.

#### THERMAL CONDUCTIVITY DETERMINATION OF ELECTROCONDUCTIVE MATERIALS BY THE RADIATION THERMOMETRY METHODS

A method is proposed for thermal conductivity measurement of electroconductive materials at high temperature, the method being based on Thomson effect in conductors heated by direct electric current.

Keywords: measuring method, thermal conductivity, Thomson effect, temperature field, radiation thermometry.

	Data on author	
Vyatcheslav P. Hodunkov	- Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information	on
	Technologies, Mechanics and Optics, Department of Thermal Physics and Energy	y-
	Physical Monitoring; E-mail: walkerearth@mail.ru	

#### P. 98-100.

#### STUDY OF HEAT GENERATION POWER IN THE ELEMENTS OF ELECTRONIC AND OPTO-ELECTRONIC TECHNIQUE

A method for measurement of heat generation in semiconductor devices and in pulsed gas discharge lamps is considered. One of possible realizations of the method is described in details.

Keywords: calorimeter, internal heat sources, transfer function, microassembly.

Data on authors			
Vladimir A. Korablev		Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Tech-	
		nologies, Mechanics and Optics, Department of Thermal Physics and Energy-Physical	
		Monitoring; E-mail: ktf.grv@ifmo.ru	
Dmitry A. Minkin		St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics	
		and Optics, Department of Thermal Physics and Energy-Physical Monitoring; Assistant	
		Lecturer; E-mail: ktf.grv@ifmo.ru	
Ludmila A. Savintseva		Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Tech-	
		nologies, Mechanics and Optics, Department of Thermal Physics and Energy-Physical	
		Monitoring; E-mail: ktf.grv@ifmo.ru	
Alexander V. Sharkov		Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research University of Information	
		Technologies, Mechanics and Optics, Department of Thermal Physics and Energy-	
		Physical Monitoring; E-mail: ktf.grv@ifmo.ru	